ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 JUILLET 1927.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES BARROIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Sampson**, professeur de l'Université d'Édimbourg, président de la Commission internationale de l'Heure, et à M. **Bœdtker**, professeur de l'Université d'Oslo, qui assistent à la séance.

ASTRONOMIE. — *Sur la détermination différentielle de l'heure de haute précision.* Note de M. **G. Bigourdan**.

Les déterminations d'heure employées au Bureau international de l'Heure (B. I. H.) ne sont pas exactes, en moyenne, à $0^s,02$ ou $0^s,03$ près, comme on peut s'en assurer en examinant les nombres des Tableaux IV du *Bulletin horaire*. Cependant, par des observations à un certain nombre de fils, on peut déterminer des passages d'étoiles à moins de $0^s,01$ près. La raison de cette différence de précision tient à l'incertitude des *constantes* instrumentales que l'on doit connaître dans les observations ordinaires de passages, aux flexions et à leurs variations, à la mobilité presque inévitable des objectifs dans leurs barillets quand on déplace les instruments, etc.

J'ai indiqué récemment un moyen différentiel qui supprime ces inconvénients [1], mais il exige des conditions topographiques assez rarement réalisées. Un second, que j'indique ci-après, est susceptible d'être employé

---

[1] Voir *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 437.

en bien plus d'endroits, sinon partout. Les principes dont il s'inspire sont les suivants : employer un instrument immobile, permettant d'observer des passages d'étoiles dans les régions où elles marchent rapidement et de constater soit sa propre immobilité relative par rapport aux lignes les plus fixes que nous connaissions, soit de mesurer ses déplacements par rapport aux mêmes lignes. Celles-ci sont :

1° La direction V de la pesanteur, déterminée par des liquides réfléchissants;

2° Une ligne à peu près horizontale H définie par des collimateurs;

3° La direction P du pôle, indiquée surtout par des étoiles qui en soient voisines.

La fixité ou les mouvements de ces trois directions peut, en outre, être contrôlée par des niveaux.

L'instrument que je propose serait formé par cinq lunettes immobiles, munies chacune de son micromètre, placées à peu près dans le méridien, dont quatre répondraient respectivement aux directions qui viennent d'être énumérées (deux étant nécessaires pour des horizontales) tandis que le cinquième servirait à l'observation des passages d'étoiles de direction E. Cet appareil pourrait être réalisé plus ou moins complètement, mais ses avantages diminueraient à mesure que les lunettes supprimées seraient plus nombreuses; il pourrait d'ailleurs être constitué au moyen de lunettes déjà construites pour d'autres buts, et que l'on pourrait rendre ensuite à leur destination primitive.

Si l'on arrivait à réaliser un bain nadiral sûr, le nombre des lunettes pourrait être porté à 6.

Les petits changements, soit relatifs, soit absolus, de ces lunettes pourraient être attribués à diverses causes, dont la principale paraît être les variations de température; mais, en raison de l'immobilité, il serait facile au moins d'atténuer l'influence de cette dernière, au moyen de matières isolantes protégeant le tout, piliers compris.

Ces piliers seraient bien isolés de toute construction; l'abri de l'appareil le protégerait contre le Soleil direct et le vent, ne serait ouvert en dessus que lorsque la température extérieure varierait lentement, et que l'appareil ne pourrait être frappé directement par le Soleil.

Pour lier ensemble ces lunettes, on ne peut donner de règles bien précises, mais si l'on construisait l'appareil de toutes pièces, il semble que le meilleur moyen serait de fixer les deux moitiés de chaque lunette sur deux faces opposées d'un solide prismatique central à arêtes

horizontales, comme on fait dans les grandes lunettes méridiennes ou dans les cercles méridiens, car les deux moitiés du tube peuvent alors se dilater librement. Les deux moitiés de chaque lunette seraient fixées par des vis par le moyen de fortes embases. Et ce solide prismatique serait porté par un axe à peu près horizontal, long, bien rigide, appuyé et attaché sur deux piliers montés sur une même fondation.

La région céleste E visée dans les passages serait choisie entre l'équateur et le zénith, où est moindre l'influence de la réfraction et des ondulations atmosphériques, mais de manière que la position d'observation fût commode et que le nombre des étoiles à observer fût toujours suffisant.

Les collimateurs qui permettent de se repérer par rapport à des horizontales H, H′ seraient choisis d'assez long foyer, suivant les conditions topographiques, sans atteindre des longueurs portant la croisée de fils à des distances où les ondulations de l'air deviendraient très gênantes.

Une observation comprendrait une série d'opérations que j'appellerai *terrestres*, pouvant être exécutées à toute heure, et une série d'opérations *célestes*. Les premières sont : les pointés sur les collimateurs pour les directions H, H′, sur les bains réfléchissants avec emploi, au besoin, de bains perfectionnés tels que celui de M. Hamy ; et les secondes : les passages de la région E et des pointés sur une étoile voisine du pôle pour la direction. Si l'on voulait écarter tout éclairage artificiel, on bornerait les observations aux périodes crépusculaires.

L'appareil peut paraître compliqué, mais on voudra bien noter qu'il est prêt à fonctionner en tout temps, en un instant, de sorte que son usage serait très pratique. Nous avons supposé l'instrument immobile, mais on conçoit qu'il est susceptible d'être déplacé de temps à autre de petites quantités, si les mouvements des étoiles en déclinaison venaient à l'exiger, sans perdre notablement de ses avantages.

Si l'on voulait, à intervalles éloignés, changer la direction E, on pourrait remplacer les deux faces planes correspondantes du prisme-support par des faces cylindriques, ainsi que les embases des tubes, et maintenir celles-ci par des vis passant à travers des trous étirés.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la présence du lithium et du strontium dans les dents et dans les os humains et sur leur état chimique.* Note de MM. **A. Desgrez** et **J. Meunier**.

L'étude que nous présentons aujourd'hui, effectuée en combinant la méthode spectrographique avec des procédés d'analyse chimique appropriés, nous a conduits à considérer le lithium et le strontium comme des éléments normaux des os et des dents, et à déterminer les formes chimiques sous lesquelles ils évoluent dans l'organisme animal, en particulier, dans l'organisme humain. C'est le corollaire d'une étude précédente que nous avons faite sur le sang et sur l'oxyhémoglobine (1). Elle donne lieu à des rapprochements inattendus qui contribueront, croyons-nous, au progrès de la question de l'assimilation.

Nous rappelons que nous avons démontré, dans la dernière Note citée ici, que l'oxyhémoglobine ne possède pas, comme son dérivé l'hématine, une forme chimique stable. Elle subit l'action du dissolvant aqueux, et, après dessiccation, se dédouble en une portion insoluble dans l'eau, et en une portion soluble. Ce dédoublement est-il dû à la déshydratation d'une partie, à l'hydratation d'une autre partie, à une polymérisation ou à tout autre phénomène ? Nous ne saurions le dire actuellement.

Quoi qu'il en soit, les deux portions du dédoublement ont une composition minérale nettement différente : la portion insoluble contient tout le Li et la raie de ce métal gagne en intensité à mesure que la portion soluble est mieux éliminée. D'autre part, celle-ci ne donne aucunement dans les spectrogrammes la raie de Li; en revanche la raie de Ca y apparaît et ne varie pas d'intensité au cours des dissolutions successives. Nous avons dit que la proportion de Ca était 4 pour 100 environ de celle de Fe. Si le Ca est un élément inséparable de cette portion soluble, nous croyons pouvoir avancer aujourd'hui qu'il en est ainsi du strontium; toutefois, comme aucune suggestion, au moment où nous avons fait cette étude, n'attirait notre attention sur sa présence probable, nous n'avons pas préparé une quantité suffisante de matière, pour révéler ce métal sur nos spectrogrammes. C'est dans l'étude des os que nous avons trouvé l'explication chimique des faits précédents.

Nous avons débuté par des recherches sur des dents et des mâchoires de

(1) *Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 608, et **181**, 1925, p. 1029.

porc. Les cendres des mâchoires, avant tout traitement acide, donnent les raies caractéristiques de Na, Ca, K; le traitement par l'acide sulfurique, suivi de lavages répétés, affaiblit la raie de Na et fait disparaître celle de K, tandis que la raie de Ca est renforcée, et celle de Sr apparaît avec une grande netteté. La présence de ce dernier métal n'est donc pas douteuse dans les os. Si nous comparons les spectrogrammes des cendres d'os à ceux des cendres de dents, traitées par de l'acide sulfurique, nous constatons que Sr apparaît plus faible dans les dents que dans les os, sa raie caractéristique est même à peine visible, quand le temps de pose du cliché n'a pas été assez prolongé.

Ce sont des plaques ordinaires que nous employons pour caractériser Sr; celles-ci n'ont pas de sensibilité pour les radiations rouges, elles ne peuvent donc pas manifester Li; nous avons recours pour ce métal à des plaques sensibilisées au pinacyanol, de la marque anglaise Ilford, douées d'une grande sensibilité pour la région rouge du spectre, où se produit la raie 670 de Li; elles donnent cette raie pour de très faibles proportions. Les dents, aussi bien que les os, ont constamment montré la raie du Li sur ces plaques.

Ce premier travail établissant d'une manière indiscutable la présence de Li et de Sr dans les os et dans les dents de porc, il y avait toute probabilité de les retrouver dans les mêmes matières d'origine humaine, c'est donc sur des dents et des os humains que nous avons poursuivi et étendu notre étude.

Les cendres de dents humaines, n'ayant pas subi de traitement acide, ont donné, sur plaques Ilford, de beaux spectres, dans lesquels la raie de Li apparaît parfaitement détachée des bandes voisines rouges de Ca; la raie de Na entre les bandes rouges et vertes est trop accusée pour être attribuée uniquement aux poussières de l'air ambiant, elle indique la présence de Na dans les dents, la raie 422,6 de Ca est assez forte, enfin on ne distingue que très faiblement la raie de K. Les cendres d'os (humérus) donnent sensiblement les mêmes raies; remarquons cependant que celle de Li est moins forte, et celle de K plus apparente. La recherche de Sr a été effectuée au moyen des mêmes cendres traitées par de l'acide sulfurique, en utilisant des plaques photographiques ordinaires. La raie de ce métal apparaît plus faible dans les cendres des dents que dans celles des os, elle n'apparaît même pas avec les cendres de dents, quand l'exposition n'a pas été suffisamment prolongée.

C'est, après ces constatations, que nous avons pensé à discriminer le Ca exis-

tant dans les os et dans les dents à l'état de phosphate, du Ca existant à l'état de carbonate. Cette recherche nous a fourni l'explication rationnelle des résultats que nous avions observés et nous a permis d'établir un rapprochement avec ceux que l'étude de l'oxyhémoglobine nous avait donnés. Il est facile d'effectuer la séparation, il suffit de dissoudre les cendres dans l'acide chlorhydrique et, dans la dissolution, de précipiter le phosphate de Ca par addition d'ammoniaque; le Ca, préexistant à l'état de carbonate, ayant été transformé en chlorure par le dissolvant, demeure dans le liquide, duquel il est précipité sous forme d'oxalate. Phosphate et oxalate sont purifiés par des lavages à l'eau, de préférence sur l'entonnoir à vide, séchés et calcinés pour se mieux prêter aux essais spectrographiques.

Le phosphate des dents, ainsi séparé par l'ammoniaque, fournit sur plaques Ilford, sensibilisées au pinacyanol, une magnifique raie de Li accompagnée des bandes rouges et vertes de Ca et de sa raie 4226. On ne remarque aucune trace de Sr. Pour être assurés de l'absence de ce dernier métal dans le phosphate, nous avons fait un essai sur plaque Lumière ordinaire, plus sensible que les plaques Ilford pour la région bleue de la raie de Sr, et sur la poudre de phosphate transformée en sulfate, nous n'avons obtenu ainsi que la raie de Ca. En revanche, en essayant sur plaque Lumière l'oxalate des dents préparé dans les conditions indiquées plus haut, nous avons constaté une raie de Sr parfaitement nette. Le Li existe dans les dents à l'état de phosphate et accompagne le phosphate de Ca; le Sr, au contraire, n'existe pas à l'état de phosphate; il accompagne le Ca qui est à l'état de carbonate, étant à l'état de carbonate lui-même, ou plus exactement, à l'état où ces métaux se trouvent associés à l'oxyhémoglobine soluble, dont nous avons parlé ci-dessus.

Il en est ainsi pour les os. Le phosphate des os sur plaque au pinacyanol donne la raie de Li, moins forte pourtant que celle fournie par le phosphate des dents, les bandes rouges et vertes de Ca et sa raie 422,6. Le sulfate, provenant de ce phosphate, donne sur plaque ordinaire pour la portion de sulfate qui n'a pas été dissoute dans les lavages à l'eau, la raie de Ca 422,6 très intense, la raie 445,7 du même métal, un rudiment de la bande verte et une trace confuse de la raie de Sr, que l'on distingue à peine dans son milieu spectral beaucoup plus impressionné sur cette plaque que sur les autres. Comme moyen de contrôle, il a été juxtaposé sur une plaque au pinacyanol deux spectres, l'un obtenu avec le SO^4Ca provenant du traitement direct du phosphate par l'acide sulfurique, sulfate que l'on avait précipité incomplètement, en omettant d'ajouter de l'alcool à l'eau de

lavage, le second obtenu par le phosphate de calcium demeuré dans la solution sulfurique, neutralisée ultérieurement par l'ammoniaque; le premier spectre, très poussé a donné le spectre ordinaire de Ca et la raie de Na, sans trace de Li; l'autre spectre, au contraire, bien que peu poussé, montre les bandes de Ca moins développées qu'à l'ordinaire, mais la raie de Li avec une intensité remarquable. La matière, pour ce dernier spectre, avait été additionnée de 15 fois son poids d'alumine, absolument exempte de Li et ne donnant pas de spectre de l'aluminium.

Le carbonate de calcium des os, obtenu par l'oxalate, comme il a été expliqué ci-dessus, ne révèle sur plaque au pinacyanol aucune trace de Li, mais la raie de Sr s'y trouve nettement reconnaissable.

Quand le calcium du phosphate des os est complètement précipité par l'acide sulfurique, le sulfate formé entraîne le phosphate de lithium, qui n'en est pas séparé même par des lavages réitérés à l'eau acidulée par l'acide chlorhydrique.

Il résulte de ces faits que Li existe dans le tissu osseux et dans les dents à l'état de phosphate; tandis que Sr existe à l'état de carbonate et que ces éléments passent probablement du sang dans ces tissus, sans changer de forme chimique, emportant ainsi avec eux la marque de leur origine.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les propriétés de l'aluminium pur.* Note [1] de M. **Léon Guillet**.

Depuis quelques mois, l'industrie des États-Unis produit, par électrolyse de l'aluminium ordinaire, un métal d'une grande pureté. Il contient 99,8 pour 100 d'aluminium, le reste étant principalement du fer et du silicium, tandis que les aluminiums courants contiennent 99, rarement 99,5 pour 100 d'aluminium.

Il m'a paru intéressant de signaler les propriétés de ce métal que je viens de fixer, certaines encore inconnues.

Les essais ont porté sur des tôles ayant $1^{mm},43$ d'épaisseur et sur des barres filées à la presse, ayant 20^{mm} de diamètre; ces échantillons ont été préparés par les moyens ordinairement utilisés en partant de lingots venus des États-Unis.

Propriétés mécaniques. — La tôle a donné : à l'état brut,

$$R = 14,4 \text{ kg/mm}^2; \quad A \text{ pour } 100 = 4,2;$$

[1] Séance du 11 juillet 1927.

après recuit à 475°, durant 30 minutes

$$R = 6,0 \text{ kg/mm}^2; \qquad A \text{ pour } 100 = 30,6.$$

La barre filée à la presse a donné, après même recuit :

$$R = 6,84; \qquad A \text{ pour } 100 = 42,5.$$

Dans aucun cas la limite élastique extrêmement faible n'a pu être mesurée; quant à la striction obtenue dans l'essai de la barre, elle est remarquablement élevée; la déformation est extrêmement importante, et la valeur de la striction est au moins 90 pour 100.

Les essais d'emboutissage sur la tôle ont donné les résultats suivants :

	Charge maximum.	Flèche.
		mm
Tôle brute, 1er essai	575	11
» 2e »	575	10,6
Tôle recuite à 475°, 1er essai	475	16,2
» à 475°, 2e »	450	15,8

Recuit. — L'essai à la bille permet de fixer partiellement la température de recuit complet d'un métal écroui. Voici les résultats obtenus avec l'aluminium pur, sous une charge de 100^{kg} et une bille ayant 5^{mm} de diamètre :

Température de recuit.	Durée du recuit.	Diamètres d'empreinte.	Dureté.
Métal brut	0	1,92	32,5
100°	30 minutes	1,95	32
200°	30 »	2,10	27
300°	30 »	2,66	17
400°	30 »	2,76	15,5
500°	30 »	2,00	15

Le recuit se fait réellement sentir entre 200° et 300° et n'est complet que vers 400°.

Propriétés électriques. — La résistivité de l'aluminium pur déterminée à 20° est la suivante :

Après recuit à 350° et refroidissement à l'air : $\rho = 2,47$ microhms cm², cm.
Après trempe à 50° dans l'eau : $\rho = 2,52$ microhms cm², cm.
On sait que l'aluminium commercial donne, après recuit à 350° :

$$\rho = 2,80 \text{ microhms cm}^2, \text{cm}.$$

Gaz contenus. — Les essais ont été faits sur la tôle. On a obtenu sur 100^{g} de métal :

	Avant fusion.	Après fusion.
CO^2	2,66	2,57
H^2S	0,00	0,00
CO	2,12	3,90
H	5,32	11,82
CH^4	1,95	3,90
N	0,00	0,00
Total	12,05	22,19

Le dégagement total a donc été de 34^{cm^3},24 pour 100^g de métal.

En résumé, il apparaît que l'aluminium pur ne présente pas des propriétés beaucoup plus intéressantes que les aluminiums du commerce à 99 pour 100 et 99,5 pour 100 Al.

Toutefois la résistivité est un peu moindre; la striction, nettement plus élevée.

Mais il se peut que dans les alliages, l'aluminium pur présente un intérêt que nous cherchons à préciser.

M. **Charles Moureu** offre à l'Académie un volume intitulé *Discours et Conférences sur la Science et ses applications,* que vient d'éditer la maison Gauthier-Villars; il s'exprime en ces termes :

Dans ces études, je me suis efforcé de mettre en relief le rôle de plus en plus important de la Science dans la vie moderne, et j'ai insisté sur la nécessité d'encourager la recherche scientifique, d'où découlent, en dernière analyse, tous les progrès de l'industrie, de l'agriculture, de la médecine, de l'hygiène.

Voici quelques-unes des questions traitées : *Un grand chimiste, Sir William Ramsay; Lavoisier et ses continuateurs; Les gaz de combat; Un voyage à Madagascar; Stéréochimie, physico-chimie, biologie; Maurice-Barrès et la Science; Chevreul et les corps gras; La catalyse antioxygène; Les gaz rares des gaz naturels; Science et recherche scientifique en France.*

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité de 17 suffrages, M. **P. Marchal** est élu membre du *Conseil d'administration de l'Institut national agronomique* en remplacement de M. *G. André* décédé.

M. **Louis Ravaz**, par 25 suffrages contre 2 à Sir *Arnold Theiler*, est élu Correspondant pour la Section d'Économie rurale en remplacement de M. *A. Balland* décédé.

PLIS CACHETÉS.

La Commission chargée d'examiner les plis cachetés de M. **Georges Poullain**, ouverts en la séance du 9 mai 1927, fait le rapport suivant :

Dans le pli cacheté n° 3069, déposé le 3 janvier 1877, M. Georges Poullain propose l'emploi de verres dont une des faces serait une portion de tore, pour corriger l'astigmatisme.

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Chronaxie des muscles de la jambe du lapin. Comparaison avec la chronaxie des muscles de la jambe de l'homme à l'état normal et dans les lésions du faisceau pyramidal* [Extrait littéral d'une Note ([1]) de M. **Georges Bourguignon**].

Ayant eu besoin, pour des expériences ultérieures, de connaître exactement la chronaxie de certains muscles du lapin, j'ai déterminé avec soin celle de l'*extenseur commun* des orteils et celle de deux muscles postérieurs de la jambe, le *fléchisseur commun* des orteils et l'*abducteur* du cinquième orteil.

Ces déterminations ont été faites d'abord sur les muscles recouverts des téguments, puis sur les muscles dénudés... Sur le même muscle, la chronaxie a été exactement la même sur le muscle recouvert de téguments et sur le muscle mis à nu...

Sur 6 expériences sur la peau et 2 expériences sur le muscle dénudé, la chronaxie de l'extenseur des orteils a été 7 fois de $0^{\sigma},12$ et 1 fois de $0^{\sigma},08$; elle est donc comprise entre $0^{\sigma},08$ et $0^{\sigma},12$. Encore les variations n'existent-elles que sur la peau. On peut donc admettre que la chronaxie de l'extenseur est de $0^{\sigma},12$.

([1]) Note retirée le 13 juin 1927, du pli cacheté déposé par l'auteur le 24 janvier 1927 sous le n° 9766.

Sur 7 expériences sur la peau et 2 expériences sur le muscle dénudé, la chronaxie des fléchisseurs a été 5 fois de $0^{\sigma},04$, 1 fois de $0^{\sigma},06$ et seulement 3 fois de $0^{\sigma},08$. La chronaxie des fléchisseurs est donc comprise entre $0^{\sigma},04$ et $0^{\sigma},08$, nettement plus petite que celle des extenseurs...

Chez le lapin, la chronaxie des fléchisseurs est donc plus petite que celle des extenseurs et le rapport est de 2 à 3.

Si nous comparons ces chronaxies avec celles de l'homme, nous voyons que les chronaxies des extenseurs et des fléchisseurs à la jambe de l'homme sont dans le rapport inverse de celles du lapin. Chez l'homme, la chronaxie des extenseurs ($0^{\sigma},20$ à $0^{\sigma},36$) est plus petite que celle des fléchisseurs ($0^{\sigma},44$ à $0^{\sigma},72$), le rapport étant d'ailleurs sensiblement de même valeur dans les deux espèces (2 à 3). On peut représenter ces faits de la manière suivante :

En appelant τ_A la chronaxie des muscles antérieurs et τ_P celle des muscles postérieurs, on a les rapports suivants :

Homme :

$$\frac{\tau_A}{\tau_P} = \frac{1}{2} \text{ à } \frac{1}{3}.$$

Lapin :

$$\frac{\tau_A}{\tau_P} = \frac{2}{1} \text{ à } \frac{3}{1}.$$

Si l'on cherche les homologies du membre supérieur et du membre inférieur chez l'homme en comparant l'avant-bras et la jambe, on constate les faits suivants :

1° Au point de vue embryologique, la face antérieure de l'avant-bras est l'homologue de la face postérieure de la jambe et vice-versa.

2° Au point de vue de la chronaxie, c'est l'inverse, la face antérieure de la jambe a la même chronaxie que la face antérieure de l'avant-bras et la face postérieure de la jambe la même chronaxie que la face postérieure de l'avant bras..

J'ai fait remarquer que, au point de vue de la chronaxie l'homologie est une homologie fonctionnelle, les muscles fléchisseurs à la jambe portant les segments sur lesquels ils agissent en arrière du plan frontal comme le font les muscles extenseurs à l'avant-bras, et vice-versa pour les muscles antérieurs (extenseurs à la jambe, fléchisseurs à l'avant-bras) de la jambe et de l'avant-bras.

Or, lorsque j'ai étudié les variations de la chronaxie périphérique dans les lésions centrales, j'ai montré que les choses se passent en sens inverse

à la jambe et à l'avant-bras. Tandis qu'à l'avant-bras le sens du rapport des chronaxies antérieures aux postérieures ne change pas, le rapport étant seulement augmenté, à la jambe il est renversé. La chronaxie des extenseurs augmente (2 fois la normale) et celle des fléchisseurs diminue (moitié de la normale). Le rapport est donc à la fois augmenté et renversé. J'ai montré que le signe de Babinski est l'expression fonctionnelle de ce renversement du rapport $\frac{\tau_A}{\tau_P}$.

Il arrive donc que, dans les lésions pyramidales (hémiplégies, paraplégies, etc.), on voit reparaître la même homologie au point de vue des chronaxies qu'au point de vue embryologique. On pourrait donc dire que la pathologie a ramené l'homologie embryologique, substitué l'homologie embryologique à l'homologie fonctionnelle.

En considérant ces faits une hypothèse vient à l'esprit. Dans la lésion pyramidale, le neurone moteur périphérique et le muscle sont, en quelque sorte, libérés de l'action du neurone moteur central, du cerveau. Dans ces conditions, le système périphérique, devenu autonome, reprend ses propriétés originelles, ontologiques. Les chronaxies de l'hémiplégique ou du paraplégique seraient donc les chronaxies primitives. Les chronaxies de l'adulte normal seraient des chronaxies acquises en rapport avec les fonctions, en rapport avec la station debout, caractéristique de l'espèce humaine.

L'étude de la chronaxie du lapin apporte un sérieux argument en faveur de cette hypothèse. Le lapin a conservé les chronaxies originelles. C'est aussi ce que montre l'étude de la chronaxie chez l'enfant, chez qui le reflexe de Babinski est en extension et les chronaxies des muscles antérieurs plus grandes que celles des muscles postérieurs.

C'est seulement au cours de l'évolution après la naissance qu'on voit se substituer la flexion à l'extension et le rapport des chronaxies des muscles antérieurs et postérieurs se renverser. Les homologies fonctionnelles du membre supérieur et du membre inférieur masquent alors les homologies embryologiques qu'on retrouve passagèrement chez l'enfant avant qu'il marche, accidentellement chez l'homme adulte hémiplégique ou paraplégique, et d'une manière permanente chez des animux comme le lapin.

Il faudra évidemment compléter ces études par des recherches chez des animaux plus développés que le lapin, le chien et le singe en particulier.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre du Commerce et de l'Industrie** prie l'Académie de vouloir bien lui présenter une liste de deux ou trois candidats à la Chaire de *Théorie générale des assurances et des assurances sociales*, vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers.

M. A. **Calmette** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section d'Économie rurale par le décès de M. *G. André*.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur un théorème limite relatif aux séries des quantités éventuelles.* Note (¹) de M. **Eugène Slutsky**, présentée par M. Émile Borel.

Envisageons une suite de quantités éventuelles z_{i-1}, z_i, z_{i+1}, $\ldots$, dont la loi des probabilités dépend d'un paramètre n. En désignant par $\mathrm{E}u$ l'espérance mathématique de u, nous supposons que $\mathrm{E}z_i = 0$, $\mathrm{E}z_i^2 = \sigma_z^2 = f(n)$, $\mathrm{E}z_i z_{i+t}/\sigma_z^2 = r_t = \varphi(t, n)$, où $f(n)$ et $\varphi(t, n)$ sont indépendants de i. Cela étant, nous démontrerons le théorème suivant :

Théorème A. — *Supposons que, n croissant indéfiniment, $|r_1|$ ait pour limite un nombre fixe $\mathrm{R}_1 < 1$ et que la valeur absolue du coefficient de la corrélation entre $\Delta^2 z_i$ et z_{i+1} (ρ_1) ait pour limite 1. Dans ces conditions, quel que soit le nombre donné $\mathfrak{N}$ et quelque petit que soit le nombre donné ε : 1° la probabilité, qu'aucune des valeurs z_i, z_{i+1}, $\ldots$, $z_{i+\mathfrak{N}}$ ne s'écartera d'une sinusoïde plus que de $\varepsilon\sigma_z$ diffère aussi peu qu'on veut de l'unité, pourvu que n soit suffisamment grand; 2° la période $\mathfrak{L}$ de la sinusoïde est déterminée par l'équation $\cos\frac{2\pi}{\mathfrak{L}} = r_1$; 3° le nombre des périodes complètes correspondant à la suite z_i, z_{i+1}, $\ldots$, $z_{i+\mathfrak{N}}$ peut être aussi grand qu'on veut, pourvu que le nombre donné $\mathfrak{N}$ soit suffisamment grand.*

(¹) Séance du 4 juillet 1927.

En effet on trouve facilement que le coefficient de la régression

$$\mathrm{E}\,\Delta^2 z_i z_{i+1}/\sigma_z^2 = -2(1-r_1).$$

On a donc approximativement

$$(1) \qquad \Delta^2 z_i = -2(1-r_1)z_{i+1}.$$

Soit α_{i+2} l'erreur de cette équation et posons $\beta_{i+2}=\alpha_{i+2}/\sigma_z$. En remarquant que $\mathrm{E}\beta_{i+2}^2 = 1-\rho_1^2$ nous en concluons que si, n croissant indéfiniment, $|\rho_1|$ a pour limite 1, $\mathrm{E}\beta_{i+2}^2$ tend vers zéro et que par conséquent, en vertu d'un théorème classique de Markoff, β_{i+2} doit avoir une limite stochastique $= \mathrm{E}\beta_{i+2} = 0$. D'autre part, les valeurs de z_i et de z_{i+1} étant données, on peut, en tenant compte de (1), calculer successivement z_{i+2}, z_{i+3}, $\ldots$, $z_{i+\mathfrak{N}}$.

Il est évident que l'erreur de z_{i+k} divisé par σ_z que nous désignons par λ_{i+k} sera une fonction linéaire de β_{i+2}, β_{i+3}, $\ldots$, β_{i+k}. Donc, en vertu des théorèmes que j'ai démontrés à un autre endroit (*Metron*, V, 3, p. 61-64), $\mathfrak{N}$ étant un nombre fixe donné, la probabilité qu'aucune des quantités λ_{i+2}, λ_{i+3}, $\ldots$, $\lambda_{i+\mathfrak{N}}$ ne dépassera un nombre fixe ε et qu'aucune des erreurs absolues de z_{i+2}, z_{i+3}, $\ldots$, $z_{i+\mathfrak{N}}$ ne dépassera $\varepsilon\sigma_z$, différera aussi peu qu'on veut de l'unité, quelque petit que soit ε et quelque grand que soit $\mathfrak{N}$, pourvu que n soit suffisamment grand. Or, les valeurs de z_{i+2}, z_{i+3}, $\ldots$, $z_{i+\mathfrak{N}}$ satisfaisant l'équation (1) sont des ordonnées d'une sinusoïde avec la période $\mathfrak{L}$ qui est déterminée par l'équation $\cos\frac{2\pi}{\mathfrak{L}} = r_1$. Enfin (à cause du fait que $\lim|r_1 = \mathrm{R}_1 < 1$) $\mathfrak{N}/\mathfrak{L}$ peut être aussi grand qu'on veut. Le théorème est donc démontré.

Si une série satisfait les hypothèses du théorème A, je dis qu'elle obéit à *la loi sinusoïdale limite.* Je vais démontrer par un exemple l'existence des séries de cette sorte.

THÉORÈME B. — *Soit* $\ldots$, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, $\ldots$ *une série des quantités éventuelles satisfaisant aux conditions* $\mathrm{E}x_i=0$, $\mathrm{E}x_i^2=\sigma_x^2=\mathrm{const.}$, $\mathrm{E}x_i x_{i+t}=0$ $(t \gtrless 0)$. *Soient* $x_i^{(1)} = x_i + x_{i+1}$, $x_i^{(2)} = x_i^{(1)} + x_{i-1}^{(1)}$, $\ldots$, $y_i = x_i^{(n)} = x_i^{(n-1)} + x_{i-1}^{(n-1)}$ *et* $z_i = \Delta^m y_i = \sum_{k=0}^{m} (-1)^k \mathrm{C}_m^k y_{i+m-k}$. *Si n croît indéfiniment et m/n reste constant, la série* $\ldots$, z_{i-1}, z_i, z_{i+1}, $\ldots$ *obéit à la loi sinusoïdale limite.*

En effet, comme je l'ai montré à un autre endroit [1], le coefficient de la

(1) *The Summation of Random Causes as the Source of Cyclic Processes* (*Problems of Economic Conditions*, 3, I, Moscou, 1927, p. 53-56).

corrélation entre $\Delta^m y_i$ et $\Delta^m y_{i+1}$

$$ {}_z r_1 = r_1^{(m,\,m)} = \Delta^{2m} r_{-m-1} / \Delta^{2m} r_{-m} \tag{2}$$

et le coefficient de la corrélation entre $\Delta^{m+2} y_i$ et $\Delta^m y_{i+1}$

$$ {}_z\rho_1 = r_1^{(m+2,\,m)} = (-1)^m \Delta^{2m+2} r_{-(m+1)} \Big/ \sqrt{\Delta^{2(m+2)} r_{-(m+2)} \Delta^{2m} r_{-m}}, \tag{3}$$

où, dans le cas du théorème B, $r_t = C_{2n}^{n-t} / C_{2n}^n$. Or, t_t étant égal à r_t, on a $C_{2n}^n \Delta^{2m} r_{-m} = \sum_{k=0}^{2m} (-1)^k C_{2m}^k C_{2n}^{n-m+k} = \mathcal{A}_{n+m}$, où $\mathcal{A}_{n+m}$ est le coefficient de x^{n+m} dans $(1-x)^{2m}(1+x)^{2n}$.

En vertu d'un théorème de Cauchy, on a

$$ \mathcal{A}_{n+m} = \frac{1}{2\pi i} \int_{|1|} \frac{(1-x)^{2m}(1+x)^{2n}}{x^{n+m+1}}\, dx = \frac{(-1)^m 2^{n+m}.1.3\ldots(2n-1).1.3\ldots(2m-1)}{1.2.3\ldots(n+m)}, \tag{4}$$

c'est ce que nous donne

$$ \Delta^{2m} r_{-m} \quad \frac{(-1)^m.2^m.1.3\ldots(2m-1)}{(n+1)(n+2)\ldots(n+m)}. \tag{5}$$

En remarquant ensuite que $\Delta^{2m+2} r_{-(m+1)} = \Delta^{2m} r_{-(m+1)} - 2\Delta^{2m} r_{-m} + \Delta^{2m} r_{-(m-1)}$ et que $\Delta^{2m} r_{-m-1} = \Delta^{2m} r_{-m+1}$ et en tenant compte de (2), (3) et (5), nous pouvons calculer.

Cela étant, on déduit facilement de (2) et (3)

$$ {}_z r_1 = (n-m)/(n+m+1). \tag{6}$$

$$ {}_z\rho_1 = -\sqrt{(2m+1)(n+m+2)/(2m+3)(n+m+1)}. \tag{7}$$

On voit que, dans les conditions données, r_1 est borné supérieurement et que ρ_1 a pour limite -1. C. Q. F. D.

Illustration. — J'ai obtenu deux séries expérimentales à 270 et à 1000 termes où $n_1 = 400$, $m_1 = 6$, $n_2 = 12$, $m_2 = 2$ et les périodes moyennes $\mathcal{L}'_1 = 26,2$ et $\mathcal{L}'_2 = 6,2$. Or, en vertu de (7) et de l'équation du théorème A (2°), on peut calculer $\mathcal{L}_1 = 24,8$ et $\mathcal{L}_2 = 7,5$. Nos théorèmes sont donc applicables approximativement aux cas où n et m ne sont pas excessivement grands.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Une méthode nouvelle d'intégration de certains groupes d'équations différentielles.* Note de M. **Edm. Lahaye.**

Soit une équation différentielle $f(x, y, y', \ldots, y^{(p)}) = 0$ dont on cherche l'intégrale qui pour $x = x_0$, se réduit à y_0, et dont les dérivées $y', y'', \ldots, y^{(p-1)}$ prennent respectivement les valeurs $y'_0, y''_0, \ldots, y_0^{(p-1)}$.

Supposons que l'on puisse intégrer par quadrature

$$f(x_0, y, y'_1, \ldots, y^{(p)}) = 0,$$

et soit

$$\varphi(x_0, x, y_0, y'_0, \ldots, y_0^{(p-1)}, y) = 0,$$

la relation définissant l'intégrale satisfaisant aux conditions initiales indiquées ci-dessus. Nous en déduirons

$$\begin{aligned} y' &= \psi_1\ (x_0, x, y_0, y'_0, \ldots, y_0^{(p-1)}, y), \\ y'' &= \psi_2\ (x_0, x, y_0, y'_0, \ldots, y_0^{(p-1)}, y), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ y^{(p-1)} &= \psi_{p-1}(x_0, x, y_0, y'_0, \ldots, y_0^{(p-1)}, y). \end{aligned}$$

Au point x_1, y et ses dérivées prendront les valeurs $y_1, y'_1, \ldots, y_1^{(p-1)}$, définies par

$$(1)\quad \left\{ \begin{aligned} &\varphi(x_0, x_1, y_0, y'_0, \ldots, y_0^{(p-1)}, y_1) = 0, \\ y'_1 &= \psi_1\ (x_0, x_1, y_0, y'_0, \ldots, y_0^{(p-1)}, y_1), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ y_1^{(p-1)} &= \psi_{p-1}(x_0, x_1, y_0, y'_0, \ldots, y_0^{(p-1)}, y_1). \end{aligned} \right.$$

Cherchons ensuite l'intégrale de $f(x_1, y, y', \ldots, y^{(p)}) = 0$, qui se réduit à y_1 pour $x = x_1$ et dont les dérivées prennent respectivement les valeurs y'_1, $y''_1, \ldots, y_1^{(p-1)}$; les valeurs de y et de ses dérivées étant données par

$$\begin{aligned} &\varphi(x_1, x, y_1, y'_1, \ldots, y_1^{(p-1)}, y) = 0, \\ y' &= \psi_1\ (x_1, x, y_1, y'_1, \ldots, y_1^{(p-1)}, y), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ y^{(p-1)} &= \psi_{p-1}(x_1, x, y_1, y'_1, \ldots, y_1^{(p-1)}, y). \end{aligned}$$

Et au point x_2, y et ses dérivées prendront les valeurs $y_2, y'_2, y''_2, \ldots, y_2^{(p-1)}$ définies par

$$(2)\quad \left\{ \begin{aligned} &\varphi(x_1, x_2, y_1, y'_1, \ldots, y^{p-1}, y_2) = 0, \\ y'_2 &= \psi_1\ (x_1, x_2, y_1, y'_1, \ldots, y_1^{(p-1)}, y_2), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ y_2^{(p-1)} &= \psi_{p+1}(x_1, x_2, y_1, y'_1, \ldots, y_1^{(p-1)}, y_2), \end{aligned} \right.$$

Cherchons de même l'intégrale de $f(x_2, y, y', \ldots, y^{(p)}) = 0$ qui se réduit à y_2 pour $x = x_2$, et dont les dérivées prennent respectivement les valeurs $y'_2, y''_2, \ldots, y_2^{(p-1)}$. En continuant de même, nous aurons finalement à chercher l'intégrale de $f(x_{n-1}, y, y', \ldots, y^{(p)}) = 0$, qui se réduit à y_{n-1} pour $x = x_{n-1}$, et dont les dérivées prennent les valeurs $y'_{n-1}, y''_{n-1}, \ldots, y_{n-1}^{(p-1)}$; les valeurs de y et de ses dérivées au point x_n étant données par

$$(n)\quad \left\{\begin{array}{l} \varphi(x_{n-1}, x_n, y_{n-1}, y'_{n-1}, \ldots, y_{n-1}^{(p-1)}, y_n) = 0, \\ y'_n = \psi_1(x_{n-1}, x_n, y_{n-1}, y'_{n-1}, \ldots, y_{n-1}^{(p-1)}, y_n), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ y_n^{(p-1)} = \psi_{n-1}(x_{n-1}, x_n, y_{n-1}, y'_{n-1}, \ldots, y_{n-1}^{(p-1)}, y_n); \end{array}\right.$$

si, entre les groupes (1), (2), ..., $(n-1)$, et la première relation de (n), nous éliminons $y_1, y'_1, \ldots, y_1^{(p-1)}$; $y_2, y'_2, \ldots, y_2^{(p-1)}$; ...; $y_{n-1}, y'_{n-1}, \ldots$; $y_{n-1}^{(p-1)}$, nous obtiendrons une relation

$$\Phi(x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n, y_0, y'_0, \ldots, y_0^{(p-1)}, y_n) = 0,$$

qu'il faudra étudier.

Nous avons fait cette étude dans le cas de groupes très étendus d'équations du premier ordre, notamment toutes celles de la forme $y' = P(x, y)$ (P rationnel en y), et d'équations du second ordre. Nous avons ainsi pu montrer que, si les points $x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}, x_n$, très infiniment voisins, appartiennent à une ligne de longueur finie qui évite les singularités fixes et mobiles, la valeur de l'intégrale au point x (ou x_n) prise le long de cette ligne est obtenue par une méthode d'approximation généralisant celle de M. Picard. Cette méthode permet également de démontrer aisément la forme et la convergence des développements dans le domaine des points critiques transcendants.

Enfin elle nous a conduit à un procédé de détermination des points critiques et des points transcendants mobiles.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les transformations continues et le théorème de M. Picard sur les fonctions entières.* Note de M. S. **Stoïlow**.

En considérant la transformation définie par deux fonctions continues quelconques X et Y de x et y, j'ai démontré dans une Communication précédente [1] que l'ensemble des points *singuliers* de la transformation est,

---

[1] *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 731.

dans le plan (X, Y), un ensemble de première catégorie. Dans la définition adoptée, un point de (x, y) est dit *ordinaire* (non singulier) si, quelque petit que soit le cercle l'ayant pour centre, son transformé est un domaine du plan (X, Y) pour lequel le transformé du centre est point intérieur.

Les transformations continues dénuées de points singuliers constituent une classe importante : elles contiennent comme cas particuliers les transformations biunivoques et bicontinues d'une part et les fonctions holomorphes d'une variable complexe d'autre part. Leur étude mettra en évidence des propriétés d'*analysis situs* de ces dernières fonctions.

1. Soit (T) la transformation la plus générale, qui est définie et continue pour tout le plan (x, y) et qui ne possède aucun point singulier.

Une telle transformation fait correspondre au plan (x, y) un domaine (D) du plan (X, Y), ouvert et d'un seul tenant. Appelons *points exceptionnels* de (T) les points frontières de (D). L'ensemble (E) des points exceptionnels peut être formé par un ou plusieurs continus linéaires et des points isolés ou des ensembles parfaits discontinus. Le théorème de M. Picard consiste à affirmer que, lorsque (T) est une fonction entière de variable complexe, (E) ne peut contenir qu'un seul point s'il existe. Il est évident que cela doit cesser d'être vrai dans le cas beaucoup plus général des transformations (T), et il est facile de se rendre compte que, même en ne considérant que l'ordre de connexion de (D), la proposition ne saurait subsister dans le cas général. On peut en effet transformer, par un changement de variables biunivoque et bicontinu, le demi-plan supérieur en plan entier et l'existence de la fonction modulaire montre alors que (D) peut avoir deux courbes fermées distinctes pour frontière.

2. Pour une classe très générale de transformation (T) on peut cependant établir une proposition qui rappelle le théorème de M. Picard : *Si la transformation* (T) *n'admet aucun point asymptotique en dehors des points exceptionnels* [c'est-à-dire à l'intérieur de (D)] *et si* (D) *n'est pas à connexion simple, à tout point intérieur à* (D) *correspondent une infinité de points du plan* (x, y).

Par *point asymptotique* on entend un couple de valeurs de X et de Y telles qu'il existe un chemin dans (x, y) allant à l'infini et possédant cette propriété que, lorsque le point (x, y) s'éloigne, sur ce chemin, à l'infini, le point correspondant dans (X, Y) tende vers celui dont les coordonnées sont données par ce couple de valeurs.

Tout comme pour les fonctions entières d'une variable complexe les

points exceptionnels sont — du moins en général — des valeurs asymptotiques.

La démonstration de la proposition énoncée s'appuie sur la propriété suivante des transformations sans points singuliers et qui n'appartient pas, en général, à celles dont tous les points ne sont pas ordinaires : si l'on considère deux points A et B intérieurs à (D) et un point a, correspondant dans (x, y) à A, il existe un chemin allant de a à un point b, correspondant dans (x, y) à B, et qui se transforme par (T) en un chemin quelconque donné à l'avance joignant A et B et entièrement situé dans (D).

En considérant alors un chemin fermé situé dans (D), passant par un point quelconque choisi dans (D) et tel que ce chemin soit irréductible à un point par déformation continue sans sortir de (D), on établira facilement la proposition de plus haut en faisant décrire au point (X, Y) plusieurs fois dans le même sens, à partir du point choisi, ce chemin fermé.

3. On démontrerait de la même façon que si le domaine (D) contient p trous, le plan (x, y) peut être divisé en p régions dans chacune desquelles il y a une infinité de points correspondant à un même point quelconque de (D).

4. Enfin on pourrait, en représentant le plan (X, Y) sur une sphère, considérer le point à l'infini (comme dans la théorie des fonctions de variable complexe) et envisager des transformations (T) qui ne seraient continues qu'à ce sens élargi.

Alors, si le domaine (D) laisse p trous sur la sphère, le plan (x, y) se partage en $p-1$ régions dans chacune desquelles il y a une infinité de points correspondant au même point de (D).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines suites de polynomes.* Note [1] de M. **René Lagrange**, présentée par M. Émile Borel.

Ceci fait suite à une Note du 13 juin 1927. Lorsqu'on cherche les suites des polynomes $P_n(x)$, de degré au plus égal à l'indice, tels que l'on ait

$$[P_n(x)].[P_n(y)] = [P_n(z)],$$

z étant fonction de x et y, on est conduit, après un changement de variable

(1) Séance du 11 juillet 1927.

$(x, x+\lambda)$, aux coefficients du développement formel

$$(1) \qquad \left(1+\alpha t(a_0+a_1 t+a_2 t^2+\ldots)\right)^{\frac{x}{\alpha}}=\sum_{n=0}^{\infty}(x, \alpha, [a])_n t^n,$$

α étant une constante quelconque, et la suite $[a]$ étant arbitraire. Cependant α n'est pas un paramètre essentiel. On a

$$(2) \qquad [x, \alpha, [a]].[y, \alpha, [a]]=[x+y, \alpha, [a]].$$

Les $(x, \alpha, [a])_n$ étant divisibles par x, pour $n \geqq 1$, on peut introduire la notion de *suite d'interpolation réduite*, de terme général

$$(x, \alpha, [a])'_n=\frac{(x, \alpha, [a])_{n+1}}{x}.$$

La suite $[x, \alpha]=[x, \alpha, [1]]$ est la suite newtonienne, et l'on a

$$(3) \qquad [x, \alpha, [a]]'=[x, \alpha]':[a].$$

α et β étant quelconques, on a $[x\beta,]=[x, \alpha, [\alpha, \beta]']$, de sorte que $[\alpha, \beta]'$ et $[\beta, \alpha]'$ sont adjointes. Plus généralement, deux suites (3) quelconques sont divisibles diagonalement l'une par l'autre; c'est-à-dire que

$$(4) \qquad [x, \beta, [b]]'=[x, \alpha, [a]]':[\overline{a}]:[\alpha, \beta]':[b].$$

L'inverse d'une suite (3) est une suite de polynomes, de degré au plus égal à l'indice, mais pairs à partir du troisième. En particulier $(x, \alpha)'^{(-1)}_{2n+1}$ est divisible par $\alpha(x^2-\alpha^2)$, et $(x, \alpha)'^{(-1)}_{2n}$ par $x^2-\alpha^2$, pour $n \geqq 1$. Par exemple, les $B_n=(1, 0)'^{(-1)}_n$ sont les nombres de Bernoulli au facteur $\frac{1}{n!}$ près ; l'inverse $[\overline{B_n}]=[0, 1]'^{(-1)}$ de la suite adjointe présente également de l'intérêt.

En introduisant l'opérateur fini

$$(5) \qquad \overset{r}{\underset{\alpha}{\triangle}}_{[a]} f(x)=\sum_{\nu=r}^{\infty} a^{(}_{\nu-r} \overset{\nu}{\underset{\alpha}{\triangle}} f(x) \qquad r \text{ entier} \geqq 0,$$

on a

$$\overset{r}{\underset{\alpha}{\triangle}}_{[\bar{a}]}(x, \alpha, [a])_{n+r}=(x, \alpha, [a])_n.$$

L'opération (5) est associative, et $\overset{r}{\underset{\alpha}{\triangle}}_{[a]:[b]}$ s'exprime avec les $\overset{s}{\underset{\alpha}{\triangle}}_{[b]}$ comme $\overset{r}{\underset{\alpha}{\triangle}}_{[a]}$

avec les $\overset{s}{\underset{\alpha}{\triangle}}$. On en déduit la formule d'interpolation

$$(6) \qquad f(x+z)=\sum_{\nu=0}^{\infty}(z,\alpha,[a])_{\nu}\overset{\nu}{\underset{\alpha}{\triangle}}{}_{[\bar{a}]}f(x),$$

qui généralise celle de Newton. Par exemple, pour $[a]=1$, $z=\omega$, (6) donne, sous forme symbolique simple, l'expression

$$\overset{r}{\underset{\omega}{\triangle}}f(x)=\overset{r}{\underset{\alpha}{\triangle}}{}_{[\omega,\alpha]'}f(x)$$

d'une différence finie d'écart ω à l'aide des différences d'écart α.

Une deuxième opération importante est

$$(7) \qquad \underset{\alpha}{\nabla}{}_{[a]}f(x)=\sum_{\nu=0}^{\infty}a_{\nu}\overset{\nu}{\underset{\alpha}{\triangle}}f(x),$$

dont les puissances fonctionnelles sont

$$\overset{r}{\underset{\alpha}{\nabla}}{}_{[a]}f(x)=\underset{\alpha}{\nabla}{}_{[a]^r}f(x).$$

Par exemple, s étant entier ≥ 0,

$$\nabla_{[s,1]'}f(x)=\frac{1}{s}\sum_{\nu=0}^{s-1}f(x+\nu).$$

En changeant l'écart α dans (7), on a

$$(8) \qquad \overset{r}{\underset{\alpha}{\nabla}}{}_{[a]}f(x)=\overset{r}{\underset{\beta}{\nabla}}{}_{[c]}f(x), \qquad [c]=\frac{[a]:[\alpha,\beta]'}{[\alpha,\beta]'}.$$

En particulier, quel que soit r, on a

$$\overset{r}{\underset{\alpha}{\nabla}}{}_{[\beta,\alpha]'}f(x)=\overset{-r}{\underset{\beta}{\nabla}}{}_{[\alpha,\beta]'}f(x).$$

On en déduit qu'une solution de l'équation

$$\underset{\beta}{\nabla}g(x)=\underset{\alpha}{\nabla}f(x)$$

est

$$g(x)=\underset{\beta}{\nabla}{}_{[\alpha,\beta]'}f(x).$$

On peut généraliser (8) et démontrer que

$$\overset{r}{\underset{\beta}{\triangle}}{}_{[b]'}\overset{r'}{\underset{\alpha}{\nabla}}{}_{[a]}f(x)=\overset{r}{\underset{\alpha}{\triangle}}{}_{[a]:[[b]:[\beta,\alpha]']}f(x),$$

d'où l'on déduit qu'une solution de l'équation

$$\underset{\beta}{\triangle}_{[b]}\, g(x) = \underset{\alpha}{\triangle}_{[a]}\, f(x)$$

est

$$g(x) = \underset{\beta}{\nabla}_{\frac{[\bar{c}]:[b]}{[b]}} f(x),$$

où

$$[c] = [b] : [\beta, \alpha]' : [\bar{a}].$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les pôles des fonctions méromorphes.* Note (1) de M. **Krawtchouk**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $f(z)$ dans le cercle $|z| \leqq R$ une fonction méromorphe ayant dans ce cercle p pôles

$$(1) \qquad \frac{1}{\alpha_1}, \quad \frac{1}{\alpha_2}, \quad \ldots, \quad \frac{1}{\alpha_p}$$

et admettant au voisinage du point $z=0$ le développement

$$f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots,$$

dont les coefficients a_m, a_{m+1}, a_{m+2}, ... sont réels. Nous nous bornons par le cas où les déterminants

$$\Delta_m^1 = a_m, \quad \Delta_m^2 = \begin{vmatrix} a_m & a_{m+1} \\ a_{m+1} & a_{m+2} \end{vmatrix}, \quad \ldots,$$

$$\Delta_m^p = \begin{vmatrix} a_m & a_{m+1} & \ldots & a_{m+p-1} \\ a_{m+1} & a_{m+2} & \ldots & a_{m+p} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m+p-1} & a_{m+p} & \ldots & a_{m+2p-2} \end{vmatrix}; \quad \Delta_{m+2}^p, \quad \Delta_{m+3}^p, \quad \ldots$$

sont différents de zéro.

La fonction

$$(2) \qquad \psi_{mp}(z) = \frac{1}{\Delta_m^p} \begin{vmatrix} z^p & z^{p-1} & \ldots & z & 1 \\ a_m & a_{m+1} & \ldots & a_{m+p-1} & a_{m+p} \\ a_{m+1} & a_{m+2} & \ldots & a_{m+p} & a_{m+p+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m+p-1} & a_{m+p} & \ldots & a_{m+2p-2} & a_{m+2p-1} \end{vmatrix}$$
$$= (1 - \alpha_{m1} z)(1 - \alpha_{m2} z) \ldots (1 - \alpha_{mp} z)$$

satisfait, d'après les recherches classiques de M. Hadamard, à la condition

(1) Séance du 11 juillet 1927.

suivante :

$$\lim_{m=\infty} \psi_{mp}(z) = (1-\alpha_1 z)(1-\alpha_3 z)\ldots(1-\alpha_p z).$$

D'autre part, en décomposant la fonction

$$\Phi(z) = \frac{f(z) - a_0 - a_1 z - \ldots - a_{m-1} z^{m-1}}{z^{m-1}} = a_m z + a_{m+1} z^2 + \ldots$$

en une fraction continue

$$(3) \qquad \Phi(z) = \cfrac{1}{\cfrac{\alpha_1}{z} + \beta_1 + \cfrac{1}{\cfrac{\alpha_2}{z} + \beta_2 + \cfrac{1}{\cfrac{\alpha_3}{z} + \beta_3 + \ldots}}},$$

on conclut sans peine que $z^{-p}\psi_{mp}(z)$ est le dénominateur de la $p^{\text{ième}}$ fraction réduite de (3). Les recherches de A. Markoff (voir par exemple l'Appendice au Tome 74 du *Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de Russie*, 1894 en russe) conduisent immédiatement à la proposition suivante : sous les conditions

$$(4) \qquad \Delta^1_m > 0, \quad \Delta^2_m, \quad \ldots, \quad \Delta^p_m > 0,$$

tous les zéros du polynome $\psi_{mp}(z)$ sont réels.

Or, de (4) et des identités connues

$$\Delta^{k+2}_m \Delta^k_{m+2} = \begin{vmatrix} \Delta^{k+1}_m & \Delta^{k+1}_{m+1} \\ \Delta^{k+1}_{m+1} & \Delta^{k+1}_{m+2} \end{vmatrix} \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots)$$

on déduit

$$\Delta^1_{m+2} > 0, \qquad \Delta^1_{m+4} > 0, \ldots.$$

Par conséquent des conditions

$$(5) \; \Delta^1_m > 0, \quad \Delta^2_m > 0, \quad \ldots, \quad \Delta^p_m > 0; \quad \Delta^p_{m+2} > 0, \quad \Delta^p_{m+4} > 0, \quad \ldots$$

découlent les inégalités suivantes :

$$\Delta^1_{m+2} > 0, \; \Delta^2_{m+2i} > 0, \; \ldots, \; \Delta^p_{m+2i} > 0; \; \Delta^p_{m+2i+2} > 0; \; \Delta^p_{m+2i+4} > 0, \; \ldots$$
$$(i = 1, 2, 3, \ldots).$$

Ainsi nous avons démontré que les inéglités (5) forment une condition suffisante pour la réalité des nombres (1).

En posant $R \to \infty$, $f(z) = \frac{G'(z)}{G(z)}$, où $G(z)$ est une fonction entière, on obtient le résultat de M. Grommer sur les zéros des fonctions entières (*Journal de Crelle*, 144, p. 158).

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les mouvements fluides autour de solides infiniment voisins*. Note de M. **D. Riabouchinsky**, transmise par M. G. Kœnigs.

Dans une Communication antérieure [1] j'ai établi une relation entre l'énergie cinétique T du mouvement d'un liquide indéfini de densité ρ autour d'un corps solide de volume v (corps A) limité par une surface Σ, et l'énergie cinétique T_1 du mouvement du liquide autour d'un corps de volume v_1 (corps B), limité par une surface Σ_1, en supposant que les deux corps se meuvent avec la même vitesse U de direction Ox et que la forme, les dimensions et l'orientation du corps A permettent de le considérer comme une partie du corps B.

Nommons $\varphi' = \varphi - Ux$, $\varphi'_1 = \varphi_1 - Ux$ les potentiels uniformes du mouvement relatif autour des corps A et B. Si le potentiel φ_1 est continu à l'intérieur du volume limité par les surfaces Σ, Σ_1, et si les corps A et B sont infiniment voisins, on peut transformer l'équation que j'avais obtenue comme suit :

$$\delta T + \frac{1}{2}\rho U^2 \delta v = -\frac{1}{2}\rho \int\int_\Sigma \varphi' \frac{\partial \delta \varphi_1}{\delta n} d\sigma. \tag{1}$$

Dans la Note citée j'ai démontré que la première partie de cette expression est > 0. Pour démontrer cette inégalité j'ai aussi appliqué [2] l'équation de la variation de l'énergie cinétique sous la forme

$$\delta T + \frac{1}{2}\rho U^2 \delta v = \frac{1}{2}\rho \int\int_\Sigma q'^2 \delta n \, d\sigma, \tag{2}$$

où q' est la vitesse relative dans le mouvement φ', et δn l'élément de normale compris entre les surfaces voisines Σ et Σ_1 [3]. J'ai déduit l'équation (2) de l'équation de l'énergie; pour la déduire de l'équation (1), il faut d'abord calculer la variation du potentiel $\delta\varphi$. Le problème de la variation d'un potentiel a été posé et discuté par M. J. Hadamard et M. G. Bouligand. M. B. Demtchenko vient d'étudier ce problème en appliquant la méthode de Fredholm.

---

(1) *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 212; *Thèse*, 1922, p. 7.

(2) *Bulletin technique du Service technique de l'Aéronautique*, 17, 1924, p. 19-20.

(3) Les valeurs de δn peuvent être, en général, positives ou négatives, et le fluide peut être limité par des parois dont la forme est compatible avec la condition que le fluide reste permanent par rapport aux axes liés au solide. Il est facile de généraliser les équations (1), (2) en considérant des potentiels non uniformes.

J'expose dans la présente Note une méthode très simple permettant de calculer $\delta\varphi$. Nous considérerons le cas d'un solide de révolution dont l'axe est parallèle à la vitesse U, mais la démonstration peut être facilement étendue au cas général. Posons :

$$q' = \frac{\partial\varphi'}{\partial s}, \qquad \delta n = f\left(\frac{s}{s_0}\right)\delta c, \qquad d\,\delta n = \frac{\partial}{\partial s} f\left(\frac{s}{s_0}\right) ds\,\delta c = -\operatorname{tang}\alpha\,ds,$$

où s_0 et δc sont des paramètres dont la dimension est celle d'une longueur et α est l'angle entre la normale n à la surface Σ et la normale n_1 à la surface Σ_1 au point d'intersection de n avec Σ_1. En se souvenant que $\frac{\partial\varphi'}{\partial n}$ s'annule sur Σ et en omettant les membres du deuxième ordre en δc, on a

$$\left(\frac{\partial\varphi'}{\partial n_1}\right)_{\Sigma_1} = \left(\frac{\partial\varphi'}{\partial n}\right)_{\Sigma_1} \cos\alpha + \left(\frac{\partial\varphi'}{\partial s}\right)_{\Sigma_1} \sin\alpha = \left(\frac{\partial^2\varphi'}{\partial n^2}\right)_{\Sigma} f\left(\frac{s}{s_0}\right)\delta c - \left(\frac{\partial\varphi'}{\partial s}\right)_{\Sigma} \frac{\partial}{\partial s} f\left(\frac{s}{s_0}\right)\delta c.$$

Dans le mouvement relatif autour du corps B, on doit avoir

$$\left(\frac{\partial\varphi'_1}{\partial n_1}\right)_{\Sigma_1} = \left(\frac{\partial\varphi'}{\partial n_1}\right)_{\Sigma_1} + \left(\frac{\partial\,\delta\varphi}{\partial n_1}\right)_{\Sigma_1} = 0,$$

et par conséquent

$$(3) \qquad \left(\frac{\partial\,\delta\varphi}{\partial n_1}\right)_{\Sigma_1} = \left(\frac{\partial\,\delta\varphi}{\partial n}\right)_{\Sigma} = -\left(\frac{\partial^2\varphi'}{\partial n^2}\right)_{\Sigma} f\left(\frac{s}{s_0}\right)\delta c + \left(\frac{\partial\varphi'}{\partial s}\right)_{\Sigma} \frac{\partial}{\partial s} f\left(\frac{s}{s_0}\right)\delta c.$$

Cette équation, qui détermine $\delta\varphi$, permet également de calculer la surface déformée correspondant à une variation donnée du potentiel des vitesses; elle peut être aussi appliquée dans le cas des mouvements plans. Si le corps A est une sphère, l'équation (3) conduit aux relations

$$\left(\frac{\partial\,\delta\varphi}{\partial r}\right)_{r=c} = \left[3\cos\theta\, f(\theta) + \frac{3}{2}\sin\theta\, f'(\theta)\right]\frac{\mathrm{U}\,\delta c}{c},$$

$$\delta r = f(\theta)\,\delta c = \frac{2c}{2\mathrm{U}\sin^2\theta}\int_0^\theta \left(\frac{\partial\,\delta\varphi}{\partial r}\right)_{r=c} \sin\theta\, d\theta.$$

La constante d'intégration est déterminée par la condition que δr doit rester infiniment petit pour $\theta = 0$. La dernière de ces équations fait voir que, pour un potentiel $\varphi + \delta\varphi$ donné, il ne peut pas exister plus d'une surface, voisine de la sphère $r = c$, en tous les points de laquelle la composante normale de la vitesse est égale à $\mathrm{U}\cos\widehat{nx}$; ce problème peut être considéré comme un problème inverse à celui de Neumann. En substituant (3) dans l'équation (1), en intégrant par parties et en tenant compte de l'équation

de continuité

$$\frac{\partial^2 \varphi'}{\partial n^2} + \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial s^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial \varphi'}{\partial s} \frac{dv}{ds} = 0,$$

on obtient l'équation (2). La fonction harmonique $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$ est définie par l'équation

$$\left(\frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)_\Sigma = -\left(\frac{\partial^2 \varphi'}{\partial n^2}\right)_\Sigma f\left(\frac{s}{s_0}\right) \dot{c} + \left(\frac{\partial \varphi'}{\partial s}\right)_\Sigma \frac{\partial}{\partial s} f\left(\frac{s}{s_0}\right) \ddot{c} + \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \varphi_0}{\partial n}\right)_\Sigma,$$

et la fonction φ_0 par les valeurs $f\left(\frac{s}{s_0}\right)\dot{c}$ de sa dérivée normale sur la surface Σ.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Le Soleil et l'atmosphère.* Note de M. Henri Mémery.

On admet généralement qu'il existe une relation entre les variations des phénomènes solaires d'une part et d'autre part les variations de la température sur les contrées de l'ouest de l'Europe. Cette relation s'observe notamment lors des variations anormales de la température, qui coïncident presque toujours avec un aspect déterminé de la surface solaire, les recrudescences de la température survenant à la suite d'une augmentation dans le nombre ou l'étendue des taches et des facules, et les diminutions de la température survenant à la suite d'une décroissance de ces phénomènes.

L'action probable des taches solaires et des facules ne paraissant pas proportionnelle à leur nombre ou à leur étendue, l'emploi des moyennes annuelles de températures ou de superficie des taches ne fait pas ressortir cette relation aussi nettement que les comparaisons effectuées *chaque jour*.

Les variations anormales de la température sur l'ouest de l'Europe pendant la première quinzaine de juillet 1927 ont coïncidé d'une façon parfaite avec les variations des taches solaires dans le sens indiqué plus haut. En effet l'activité solaire qui, au mois de juin 1927, a été inférieure dans l'ensemble à celle du mois de mai précédent, s'est montrée en recrudescence vers la fin du mois de juin, puis *a diminué de nouveau, rapidement et très sensiblement, du 5 au 15 juillet*, comme l'indiquent les chiffres suivants représentant le nombre des groupes (ou taches isolées) visibles chaque jour sur la surface du Soleil :

25 juin	: 6 groupes;	6 juillet	: 4 groupes;
26 »	: 7 »	7 »	: 3 »
27 »	: 8 »	8 »	: 4 »
28 »	: 9 »	9 »	: 4 »
29 »	: 9 »	10 »	: 5 »
30 »	: 8 »	11 »	: 3 »
1 juillet	: 7 »	12 »	: 1 »
2 »	: 8 »	13 »	: 2 »
3 »	: 7 »	14 »	: 1 »
4 »	: 7 »	15 »	: 4 »
5 »	: 7 »	16 »	: 4 »

Parmi ces taches, *deux groupes ont été visibles à l'œil nu;* l'un, paru du 25 juin au 6 juillet (n° 140, depuis le 1er janvier 1927, série de Talence), a été visible à l'œil nu du 29 juin au 5 juillet; l'autre (n° 146), paru du 29 juin au 11 juillet, a été visible à l'œil nu du 3 au 7 juillet. *Ces deux groupes étaient visibles à l'œil nu en même temps les* 3, 4 *et* 5 *juillet.* A ce moment, la température a été très élevée : 35° à Bordeaux, le 4 juillet.

Mais, avec la décroissance des taches, à partir du 5 juillet, est survenu un abaissement sensible de la température et, le 8 juillet, de 11h à 11h30m, on a observé, à Talence, *des nuages de neige passant devant le Soleil;* ce fait est excessivement rare, en été, pour nos latitudes, et indiquait un refroidissement considérable dans les hautes couches, devant amener un nouvel abaissement de la température; c'est en effet ce qui s'est produit.

D'autre part, à la suite de la disparition, le 6 juillet, de l'un des groupes de taches visibles à l'œil nu, des tempêtes et des orages ont sévi sur tout l'ouest de l'Europe à partir du 8 juillet. Puis, le 11 juillet, *lors de la disparition de l'autre grand groupe de taches* visible à l'œil nu, de nouvelles perturbations, accompagnées d'orages excessivement violents, ont atteint près de la moitié de l'Europe.

La coïncidence des dates est frappante, et l'on ne peut que regretter l'absence d'observations solaires en Météorologie, qui prive cette science de documents précieux se rattachant aux causes initiales des principaux phénomènes atmosphériques.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie relativiste des quanta.* Note [1] de MM. **J. Struik** et **Norbert Wiener**, transmise par M. Hadamard.

Conservant les notations d'une Note antérieure [2], supposons, avec Einstein, que la gravitation obéit aux lois

$$(1)\qquad K_{\lambda\mu} - 0{,}5\,K g_{\lambda\mu} = 0 \quad [3],$$

où $K_{\lambda\mu}$ est le tenseur de Riemann-Christoffel contracté. On tire alors de (1)

$$K = 0,$$

et de (Q_1) (voir la Note citée)

$$(Q_2)\qquad H = -\frac{4\pi^2 m^2 C^4}{e^2\lambda^2} = C.$$

L'équation normalisée prend alors la forme

$$(C)\qquad \square\psi - 2\sum_{\lambda} p^\lambda \frac{\partial\psi}{\partial x^\lambda} + (-D + F - C)\psi = 0,$$

qui, par la substitution

$$p_\lambda = \frac{2\pi i\,\varphi_\lambda}{h},$$

devient l'équation de Schrödinger sous la forme donnée par M. De Donder [4]. Les φ_λ sont les composantes du potentiel électromagnétique, exprimé dans les unités usuelles. L'équation (Q_2), par laquelle la constante h est introduite (donc la condition des quanta), est donc une conséquence immédiate des équations d'Einstein [5].

On peut déduire, en particulier, l'équation originale de Schrödinger de

---

(1) Séance du 11 juillet 1927.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 42.

(3) L'introduction du membre cosmologique ne change rien d'essentiel, elle suggère une relation entre la constante de Planck et le caractère du champ gravitationnel à l'infini.

(4) Th. De Donder, *Sur les extrémales décrites par les électrons et les particules électrisées* [*Bulletin Classe des Sciences Acad. royale de Belgique*, 5e série, 13, séance du 5 février 1927, équation (43)].

(5) Th. De Donder, *Signification et généralisation de l'équation de Schrödinger* [*Bulletin Classe des Sciences Acad. Royale de Belgique*, 5e série, 13, séance du 5 mars 1927, équation (11)].

l'équation (C), en introduisant quelques spécialisations. On obtient ainsi la distribution discontinue de l'énergie exigée par la théorie de Bohr dans le cas statique.

Il faut donc supposer, dans le cas physique, que les p_λ sont des imaginaires pures. Les $g_{\lambda\mu}$ sont, au contraire, réels.

M. De Donder exige, en outre, que D s'annule ([1]), et identifie cette condition avec l'équation auxiliaire de Maxwell. Si nous introduisons, avec M. Cotton, la transformation

$$F(z) = SF\left(\frac{z}{S}\right), \qquad S = S(x^\nu),$$

qui, elle aussi, laisse l'équation (A) invariante, nous voyons que les $g_{\lambda\mu}$ et H restent invariants, et que les p_ν se transforment comme il suit :

$$p_\nu = p_\nu + \frac{1}{2}\frac{1}{S}\frac{\partial S}{\partial x^\nu}.$$

On peut, de cette façon, réduire D à zéro. Cette transformation n'est qu'une calibration des valeurs de ψ en divers points.

La théorie n'exige qu'une seule constante essentielle, contenant la constante de Planck. La séparation des autres constantes figurant dans (Q_2) ne semble être possible que dans le cas où il y a au moins deux électrons.

La théorie du mouvement de l'électron devient donc la théorie des invariants et covariants de l'équation différentielle partielle linéaire du second ordre du type hyperbolique normal sous les transformations ponctuelles arbitraires des variables indépendantes et la multiplication de la variable dépendante par une fonction arbitraire.

Du point de vue mathématique, la théorie conduit à des résultats intéressants énoncés déjà en partie dans les Mémoires de M. Cotton et de M. Levi-Civitä. Elle contient de plus une théorie invariante des solutions qui ne diffère guère des théories de Riemann et de M. Hadamard, et qui fait usage de l'idée d'équation adjointe invariante introduite aussi par M. Cotton.

L'équation de De Donder se transforme en son adjointe invariante par le changement de i en $-i$. Elle peut être caractérisée par cette propriété, jointe à la condition des quanta (Q_2).

([1]) *Loc. cit.*

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Structure fine spectrale dans le champ gravifique du Soleil.* Note de M. **H.-L. Vanderlinden**, présentée par M. M. de Broglie.

Considérons, dans le champ gravifique du Soleil, un électron se mouvant dans un champ électrostatique. Le champ gravifique de Schwarzschild est défini en coordonnées polaires par

$$ds^2 = -G^{-1}(dr^2 + r^2\,d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta\,d\varphi^2) + c^2 G\,dt^2, \tag{1}$$

où

$$G \equiv 1 - \frac{2M}{R} = \text{const.};$$

M est le rayon gravifique du Soleil ($M = 1^{\text{km}},47$) et R la distance du noyau atomique au centre du Soleil.

Si E est l'énergie totale et V l'énergie potentielle de l'électron considéré, l'équation de Jacobi s'écrira

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial S}{\partial \theta}\right)^2 + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\left(\frac{\partial S}{\partial \varphi}\right)^2 = \left(\frac{E}{G} - V\right)^2 - \frac{m_0^2 c^4}{G},$$

où m_0 est la masse propre de l'électron.

L'équation de quantification ([1]) de de Broglie-Schrödinger, *appliquée au champ gravifique* (1), est

$$\Delta\psi + \frac{4\pi^2}{h^2 c^2 G^2}[(E - V)^2 - G m_0^2 c^4]\psi = 0. \tag{2}$$

I. Pour l'atome d'hydrogène dans un champ de Minkowski, on a

$$V' = -\frac{e^2}{r'},$$

où les accents indiquent les variables propres de ce système. Pour passer du champ gravifique (1) au champ de Minkowski

$$ds^2 = -dr'^2 - r'^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\varphi^2) + c^2\,dt'^2, \tag{3}$$

nous utilisons le changement de variables

$$r = r' G^{\frac{1}{2}}, \quad \theta' = \theta, \quad \varphi' = \varphi, \quad t = t' G^{-\frac{1}{2}}. \tag{4}$$

([1]) Th. De Donder, *Bull. Acad. royale de Belgique, Cl. des Sc.*, 5e série, 13, 5 mars 1927; voir équation (11).

Par variance, nous obtenons

$$(5)\qquad V' = -\frac{e^2}{r}G^{\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad V = -\frac{e^2}{r}G.$$

Posons successivement

$$(6)\qquad E = E'\sqrt{G} = (\varepsilon' + m_0c^2)\sqrt{G},$$

$$(7)\qquad \frac{4\pi^2e^2}{h^2c^2}(m_0c^2 + \varepsilon') = \frac{1}{a'} = \frac{G^{\frac{1}{2}}}{a},$$

$$(8)\qquad a'^2\frac{4\pi^2}{h^2c^2}(2m_0c^2\varepsilon' + \varepsilon'^2) = \beta',$$

et introduisons la constante de la structure fine $\alpha = \frac{2\pi e^2}{hc}$; l'équation des ondes (2) s'écrira

$$\Delta\psi + \left(\frac{\beta'}{a} + \frac{2}{ar} + \frac{\alpha^2}{r^2}\right)\psi = 0.$$

On sait (¹) que cette équation admet des solutions quantiques

$$(9)\qquad \beta' = -\frac{1}{(n+k)^2},$$

où $k = 1, 2, 3, \ldots$, et où n varie par demi-quanta.

Il en résulte, par (7), (8) et (9), que les niveaux d'énergie de l'atome dans le champ du Soleil sont donnés par

$$(10)\qquad E = E'\sqrt{G}, \qquad E' = m_0c^2\frac{n+k}{\sqrt{(n+k)^2+\alpha^2}}.$$

L'expression de E′ n'est autre que la formule de la structure fine de Sommerfeld dans le champ de Minkowski (3).

On en déduit, grâce à la relation $E = h\nu$, la loi d'Einstein du déplacement des raies spectrales de l'atome dans le champ du Soleil.

II. Considérons un solide mobile autour d'un *point fixe*. Dans le champ gravifique (1), le mouvement sera défini par

$$(11)\qquad ds^2 = -r^2G^{-1}(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2) + e^2G\,dt^2.$$

Désignons par $A = m_0r'^2 = m_0\frac{r^2}{G} = \text{const.}$ le moment d'inertie du système. L'équation de Jacobi se rapportant à ce rotateur sera

$$\frac{m}{A}\left(\frac{\partial S}{\partial\theta}\right)^2 + \frac{m}{A\sin^2\theta}\left(\frac{\partial S}{\partial\varphi}\right)^2 = \frac{E^2}{G} - m^2c^4.$$

(¹) V. Fock, *Zeitschrift für Physik*, 38, 1926, p. 242.

Par le procédé variationnel indiqué par Th. De Donder, l'équation de quantification s'écrira

$$\Delta\psi + \frac{4\pi^2}{h^2 c^2}\frac{A}{m}\left(\frac{E^2}{G} - m_0^2 c^4\right)\psi = 0,$$

où $\Delta\psi$ dépend uniquement de θ et φ. Le mouvement du solide est le même que celui d'un point matériel sur une sphère. On en déduit la relation connue (¹)

$$\frac{4\pi^2}{h^2 c^2}\frac{A}{m}\left(\frac{E^2}{G} - m_0^2 c^4\right) = n(n+1) \qquad (n = 0, 1, 2, 3, \ldots).$$

Les niveaux d'énergie sont donc

$$E = m_0 c^2\left(1 + \frac{h^2 n(n+1)}{4\pi^2 m_0 A c^2}\right)^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} \sim m_0 c^2\sqrt{G} + \frac{h^2 n(n+1)}{8\pi^2 A}\sqrt{G}. \tag{12}$$

En comparant avec la formule classique des spectres de bandes, la formule (12) fournit la loi du déplacement des bandes dans le champ gravifique du Soleil.

En particulier, la rotation d'une molécule autour d'un axe fixe donnera lieu au déplacement vers le rouge de la série de Deslandres.

ÉLECTRICITÉ. — *Conditions de discontinuité de la décharge dans les gaz.* Note de M. **R. Anthouard**, présentée par M. Ch. Fabry.

Quand un tube à vide est alimenté à travers une grande résistance par une source à potentiel constant, la décharge passe d'une manière discontinue pour certaines valeurs de la pression. J'ai fait à ce sujet les expériences suivantes.

La source à potentiel constant V est constituée par des condensateurs chargés par un transformateur à travers des kénotrons. Le potentiel obtenu peut varier de 20000 à 50000 volts. La résistance R est de 200 mégohms. Le tube est cylindrique; il a 4^{cm} de diamètre. Les électrodes sont planes, centrées sur l'axe du tube et distantes de 5^{cm}, puis de 15^{cm}. Le gaz employé est l'air. Dans ces conditions le circuit est traversé par un courant moyen inférieur à 300 microampères.

Dans les premières expériences, on observait des discontinuités pour des pressions voisines de $0^{mm},01$, c'est-à-dire très près de l'extinction du tube.

(¹) E. Schrödinger, *Annalen der Physik*, 4ᵉ série, 79, 1926, p. 521.

On voyait alors des points lumineux irrégulièrement répartis sur la cathode; la décharge passait parfois derrière elle. Ces discontinuités ont disparu en prenant les précautions suivantes : 1° les électrodes sont parfaitement propres et dépourvues d'aspérités (elles sont polies et les angles des bords sont abattus); 2° elles occupent presque toute la largeur du tube. Dans ces conditions, la discontinuité de la décharge cathodique, du moins pour les fréquences audibles, peut être évitée par un montage convenable de la cathode.

Quand la pression augmente, la décharge passe d'une manière continue, puis vers $0^{mm},1$, l'aspect du tube change et une nouvelle discontinuité apparaît. On entend un son bien stable en intercalant un téléphone dans le circuit. Une théorie, dont l'idée est due à Perkins [1], paraît en donner une explication satisfaisante. Tout se passe comme si l'on chargeait une capacité C (constituée par les électrodes et les fils qui y aboutissent) à travers la résistance R. Quand le potentiel atteint une valeur v_1, le condensateur de capacité C se décharge à travers le tube; son potentiel s'abaisse; quand il atteint une valeur v_0, la décharge s'arrête et la capacité recommence à se charger. Un oscillographe placé entre la source au potentiel V et la résistance R m'a permis d'obtenir des courbes de courant ayant bien la forme prévue par la théorie.

Pendant que le condensateur se charge, soient v la tension aux bornes du tube et I le courant, à l'instant t,

$$V = RI + v, \qquad I = C\frac{\partial v}{\partial t};$$

d'où $V - v = (V - v_0)e^{-\frac{t}{CR}}$ en prenant pour instant initial celui où la capacité recommence à se charger. Soient I_0 le courant à cet instant et t_1 le temps nécessaire pour que v atteigne la valeur v_1 et I la valeur I_1. On a

$$(1) \qquad t_1 = CR \operatorname{Log}\frac{V - v_0}{V - v_1} = CR \operatorname{Log}\frac{I_0}{I_1}.$$

V et R sont déterminés à chaque expérience; les courbes donnent I_0, I_1 et t_1; on peut ainsi calculer V_0, V_1 et C. Dans les expériences qui ont permis de vérifier la relation (1), la source à potentiel constant était constituée par des piles permettant d'atteindre 800 volts. L'oscillographe avait montré que le montage précédent ne donnait pas un potentiel suffisamment constant.

Voici les résultats obtenus dans une série d'expériences où la pression

---

[1] *Comptes rendus*, 148, 1909, p. 1170 et 1389.

était $0^{mm},12$. Les potentiels sont exprimés en volts, la résistance en mégohms, les intensités en microampères, la capacité en unités électrostatiques, le temps en cent-millièmes de seconde :

V.	R.	I_0.	V_0.	I_1.	V_1.	t_1.	C.
653	16,9	8	518	4,7	573	88	86,8
662	16,6	8,7	518	5,3	574	75	85
682	16,8	10	514	6,3	576	66	87,6
702	16,8	11,3	512	7,7	572	62	88,5

Aux erreurs d'expérience près, V_0, V_1 et C apparaissent comme constants.

J'ai pu vérifier que t_1 était proportionnel à C dans une très large mesure. Pour une pression de $0^{mm},38$ et un potentiel de 811 volts, une courbe donnait $t_1 = 105$. En mettant des capacités de 0,125, 0,25 et 0,5 microfarad en dérivation sur le tube, on le voyait s'allumer à des intervalles de temps de 15, 30, 60 secondes en moyenne et s'éteindre au bout d'une seconde environ. Or, en calculant le temps de charge, pour 0,5 microfarad on trouve $t'_1 = 58^{sec},7$.

La proportionnalité à R a été aussi bien vérifiée. Pour une pression de $0^{mm},19$ et un potentiel de 802 volts, avec une capacité de 0,25 microfarad, on avait $t_1 = 1^{sec},1$ pour $R = 41,5$ mégohms. En mettant une résistance $R = 19,5$ mégohms, on devait avoir $t'_1 = 0,567$; on obtenait $0^{sec},55$.

La relation (1) paraît donc bien vérifiée. Elle permet de prévoir le sens des variations de la fréquence tant qu'on reste dans un domaine de discontinuité et de la calculer approximativement tant qu'elle n'est pas trop élevée.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la répartition du champ électrique dans l'espace sombre.* Note de M. **Max Morand**, présentée par M. Ch. Fabry.

1. Dans une Note précédente [1], j'ai montré comment il était nécessaire de supposer que les ions positifs possèdent un certain pouvoir ionisant pour pouvoir rendre compte des courbes obtenues expérimentalement pour la distribution du champ dans l'espace sombre. Mais j'ai admis, comme hypothèse simplificatrice, que le courant d'ions positifs provient en majeure partie de la lueur négative et que les ions positifs créés par le passage des rayons cathodiques sont en nombre négligeable. En faisant le calcul complet,

[1] *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 51.

c'est-à-dire en tenant compte de toutes les sources possibles d'ions positifs, la représentation théorique des courbes est encore plus satisfaisante ; on obtient, de plus, des renseignements intéressants sur la valeur relative des différents courants d'ions positifs traversant l'espace sombre.

2. Conservons les notations utilisées dans la Note précédente ; soit n_2^0 le nombre des rayons cathodiques émis à la cathode ; si λ_2 est le parcours moyen d'un rayon cathodique, parcours au bout duquel il produit, par choc, un nouvel ion positif, et par suite aussi un nouveau rayon cathodique, le nombre de rayons cathodiques au point d'abscisse ξ est

$$n_2 = n_2^0 e^{\frac{E + x_0 - \xi}{\lambda_2}}.$$

Le nombre des ions positifs créés par ces rayons cathodiques entre ξ et $\xi + d\xi$ est

$$d n_1(\xi) = n_2(\xi) \frac{d\xi}{\lambda_2}.$$

Ces ions positifs, en se dirigeant vers la cathode, vont créer de nouveaux ions positifs, et leur nombre au point x est devenu

$$d n_1(\xi, x) = n_2(\xi) e^{\frac{\alpha - 1}{\lambda_1}(x - \xi)} \frac{d\xi}{\lambda_2}.$$

Le nombre total des ions passant en x est ainsi

$$n_1(x) = \int_{x_0}^{x} n_2^0 e^{\frac{E + x_0 - \xi}{\lambda_2}} e^{\frac{\alpha - 1}{\lambda_1}(x - \xi)} \frac{d\xi}{\lambda_2}.$$

Ajoutons à ces ions, dus uniquement au passage des rayons cathodiques, ceux qui peuvent provenir de la lueur négative, on obtient ainsi le courant total des ions positifs :

$$n_1(x) = \rho_0 v_0 e^{\frac{\alpha - 1}{\lambda_1}(x - x_0)} + \frac{n_2^0 e^{\frac{E}{\lambda_2}}}{1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}(\alpha - 1)} \left[e^{\frac{\alpha - 1}{\lambda_1}(x - x_0)} - e^{-\frac{(x - x_0)}{\lambda_2}} \right].$$

Ayant ainsi déterminé le courant d'ions positifs, nous pouvons calculer le nombre d'ions positifs formés par choc entre x et $x + dx$ et provenant : 1° du passage des ions $n_1(x)$; 2° du passage des rayons cathodiques $n_2(x)$

$$dn = n_1(x) \alpha \frac{dx}{\lambda_1} + n_2(x) \frac{dx}{\lambda_3}.$$

En sorte que l'équation de Poisson s'écrit

$$\int_{x_0}^{\xi} \varepsilon\left(n_1 \alpha \frac{dx}{\lambda_1} + n_2^0\, e^{\frac{E+x_0-x}{\lambda_2}} \frac{dx}{\lambda_2}\right) \frac{e^{\frac{\xi-x}{\lambda_1}}}{\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}(V_\xi - V_x)}} = \frac{1}{4\pi}\frac{d^2V}{d\xi^2}.$$

Comme je l'ai indiqué dans ma Note précédente, on est ramené d'abord au calcul des intégrales de la forme

$$\mathcal{J} = \int_{x_0}^{\xi} e^{m(x-x_0)} \frac{e^{\frac{\xi-x}{\lambda_1}}}{\sqrt{V_\xi - V_x}}\, dx = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\frac{1}{\lambda_1} + m\sqrt{\frac{dV}{d\xi}}}}\, e^{m(\xi-x_0)}.$$

En intégrant ensuite l'équation de Poisson, on obtient le champ par la relation

$$A\left(\frac{dV}{dx}\right)^{\frac{3}{2}} = a\left[e^{(x-x_0)\frac{\alpha-1}{\lambda_1}} - 1\right] - b\left[1 - e^{\frac{x-x_0}{\lambda_2}}\right],$$

où

$$A = \frac{2}{3}\,\frac{1}{4\pi\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}}\cdot\frac{1}{\varepsilon\sqrt{\lambda_1}}, \qquad a = \frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}\left(\rho_0 v_0 + \frac{\beta}{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 1}\right), \qquad b = \frac{\beta\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}}{\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 1}},$$

$$\beta = \frac{n_2^0\, e^{\frac{E}{\lambda_2}}}{1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}(\alpha - 1)}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 1\right).$$

3. En supposant que $\lambda_2 = 4\lambda_1$, on peut calculer, d'après les courbes, les différentes constantes. Dans le cas de champs faibles (par exemple 200 volts par centimètre), on trouve que la lueur négative ne fournit aucun ion. Voici les valeurs calculées sur une courbe donnée par Aston (¹) (hydrogène à la pression de $\frac{1}{10}$ de millimètre) :

$$a = 15, \qquad b = 1,39, \qquad \alpha - 1 = \frac{1}{38};$$

cela donne

$$\beta = 1,2 \qquad \text{et} \qquad \rho_0 v_0 = 0,395 - 0,4,$$

c'est-à-dire zéro, à la précision des expériences. D'autre part, la valeur de $\alpha - 1$ ainsi calculée correspond très bien aux valeurs correspondantes déterminées par Townsend pour le pouvoir ionisant des rayons positifs (²).

(¹) Aston, *Proc. Roy. Soc.*, 84, 1911, p. 526.

(²) Townsend, *Phil. Mag.*, 8, 1904, p. 738.

Quand la décharge a lieu dans un vide cathodique, les mesures ne sont pas assez précises pour qu'on puisse dire si la lueur négative émet des ions positifs. Cependant il semble bien, dans ce cas, qu'elle doive jouer un rôle important.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur le caractère atomique de quelques propriétés des rayons X.* Note de M. **E. Delauney**, présentée par M. G. Urbain.

L'explication d'un certain nombre de propriétés des rayons X à l'aide de la théorie de Bohr permet de prévoir leur caractère atomique. C'est, par exemple, le cas de l'émission par bombardement cathodique ou par fluorescence, de l'absorption sélective d'un faisceau de rayons X.

J'ai essayé de savoir si le caractère atomique, supposé vrai pour le phénomène élémentaire, se conserve dans le phénomène global qui se présente à l'expérimentation.

Seules parmi les propriétés citées précédemment l'absorption sélective conserve le caractère atomique. Dans une précédente Communication [1] j'ai montré que chaque élément contenu dans l'écran absorbait comme s'il était seul.

Dans son premier Mémoire (*Chem. News*, 1923) Coster admettait que l'intensité des lignes correspondantes de 2 éléments consécutifs était proportionnelle à la concentration de chaque élément présent dans l'anticathode.

Après une étude plus approfondie, Coster et Nishima (*Chem. News*, mars 1925) ont reconnu que cette hypothèse ne concordait pas avec l'expérience. Ils attribuent ce fait aux phénomènes secondaires dus à l'élévation considérable de température au point d'impact.

Dans l'émission par fluorescence, ces causes d'erreurs étant supprimées, j'ai recherché la loi qui relie l'intensité du rayonnement avec la concentration de l'élément dans la matière irradiée. J'ai constaté que la loi de proportionnalité n'est pas vérifiée.

Si l'on soumet le phénomène au calcul, on trouve que les intensités respectives des rayonnements de fluorescence émis par les éléments contenus dans le mélange sont, en supposant le faisceau primaire monochro-

---

(1) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1658.

matique et d'intensité I_0 :

$$I_1 = I_0 p_1 \frac{n_1}{a_1 n_1 + a_2 n_2}\left[1 - e^{-(a_1 n_1 + a_2 n_2)E}\right],$$

$$I_2 = I_0 p_2 \frac{n_2}{b_1 n_1 + b_2 n_2}\left[1 - e^{-(b_1 n_1 + b_2 n_2)E}\right],$$

p_1 et p_2 désignant les pouvoirs émissifs respectifs des deux éléments ; n_1 et n_2 leurs concentrations.

a_1, a_2, b_1, b_2 étant définis par les relations

$$a_1 = \nu_1 - \nu'_1, \qquad a_2 = \nu_2 - \nu'_2, \qquad b_1 = \nu_1 - \nu''_1 \qquad \text{et} \qquad b_2 = \nu_2 - \nu''_2,$$

où ν_1 et ν_2 sont les coefficients d'absorption de la radiation primaire par les deux éléments ; $\nu'_1\,\nu'_2$, $\nu''_1\,\nu''_2$ les coefficients relatifs aux radiations de fluorescence.

Les intensités des rayonnements de fluorescence seront proportionnelles aux concentrations des éléments lorsque les deux conditions suivantes seront remplies :

1° Les longueurs d'ondes des radiations de fluorescence des deux éléments sont supérieures à celles des discontinuités ;

2° Les numéros atomiques N_1 et N_2 des deux éléments sont suffisamment voisins pour que l'on puisse confondre N_1^3 avec N_2^3.

En général la proportionnalité n'aura pas lieu.

Étude expérimentale. — La méthode d'ionisation étant la seule qui permette une mesure rapide et précise de l'intensité d'un faisceau de rayons X, j'ai renoncé à l'utilisation d'un cristal pour analyser ce faisceau. La réduction d'intensité due à la réflexion aurait été telle qu'il n'aurait plus été possible de déceler les faisceaux au moyen de la chambre d'ionisation au xénon dont je disposais.

Toutes les précautions ont été prises pour diminuer le plus possible ou corriger les erreurs relatives aux radiations diffusées et aux radiations réfléchies sur les faces cristallines des mélanges à étudier.

Résultats. — J'ai irradié des mélanges de chlorures de strontium et de baryum dont les proportions sont données dans la première colonne du tableau. Les courants d'ionisation ont été déterminés par la méthode de charge ; ils sont consignés dans la deuxième colonne. La troisième colonne contient enfin les nombres proportionnels à l'intensité du faisceau de radiations de fluorescence émis par les éléments présents.

	Composition des mélanges.		Courants d'ionisation. 10cm de déviation.	16cm,5 de déviation.	Intensité du rayonnement de fluorescence.	
I...	Cuve vide		0,0244	0,0106		
II...	Sr Cl^2	19,79	0,0270	0,0122	0,0026	0,0016
III...	Sr Cl^2 / Ba Cl^2	16,6 / 5,2	0,0455	0,0222	0,0211	0,0116
IV...	Sr Cl^2 / Ba Cl^2	12,2 / 12,2	0,0715	0,0400	0,0471	0,0294
V...	Sr Cl^2 / Ba Cl^2	6,4 / 20,4	0,0870	0,0500	0,0626	0,0394
VI...	Ba Cl^2	36,6	0,109	0,0606	0,0846	0,500

Conclusions. — Les nombres obtenus pour l'intensité de fluorescence ne vérifient pas la loi d'additivité, l'intensité de fluorescence croît beaucoup moins vite que la quantité de chlorure de baryum. Si l'on porte en abscisses les intensités, et en ordonnées les poids, on obtient une courbe dont l'allure est conforme aux expressions trouvées pour I_1 et I_2.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Changements des propriétés optiques du quartz sous l'influence du champ électrique.* Note [1] de M. **Ny Tsi Ze**, présentée par M. Ch. Fabry.

Considérons un parallélépipède rectangle de quartz ayant quatre arêtes parallèles à l'axe optique et quatre arêtes parallèles à l'un des axes électriques. Les directions de l'axe optique, de l'axe électrique et la troisième direction rectangulaire sont caractérisées par les indices n_e, n_{01}, et n_{02} des vibrations extraordinaire et ordinaire. Quand le quartz ne subit aucune déformation, n_{01} est égal à n_{02}.

Établissons maintenant un champ électrique suivant l'axe électrique; la surface d'onde se déforme, le cristal devient biaxe et les indices dans les trois directions deviennent :

$$n_e + \Delta n_e, \quad n_{01} + \Delta n_{01}, \quad n_{02} + \Delta n_{02}.$$

L'observation doit être faite dans deux directions différentes et la mesure de ces variations des indices a été complètement effectuée de la manière suivante :

---

(1) Séance du 11 juillet 1927.

Nous déterminons d'abord les variations des indices Δn_e et Δn_{02} des vibrations extraordinaire et ordinaire dans la direction de l'axe électrique. Pour cela nous observons les anneaux à l'infini produits, soit avec le rayon ordinaire, soit avec le rayon extraordinaire, entre les deux faces normales à l'axe électrique recouvertes d'une argenture assez forte mais cependant transparente. La variation d'épaisseur ayant déjà été mesurée [1], la détermination du changement d'ordre d'interférence sous l'influence du champ électrique permet de calculer la variation d'indice.

Pour un certain sens du champ électrique, les anneaux à l'infini, avec le rayon ordinaire ou avec le rayon extraordinaire, sortent; et inversement les anneaux à l'infini diminuent de diamètre lorsque le sens du champ électrique est contraire au précédent. Le nombre des franges déplacées dans un sens ou dans l'autre est le même en valeur absolue.

Nous avons mesuré les variations des indices sur trois lames d'épaisseurs de $2^{mm},52$, $5^{mm},29$ et $10^{mm},35$, respectivement. Les variations totales observées sont identiques dans les trois cas et par conséquent indépendantes de l'épaisseur. On trouve, par unité du champ, $H = \frac{V}{e} = 1$ C. G. S., U. E. S., et pour la radiation verte du mercure,

$$\Delta n_e = \pm 2,9 \times 10^{-8},$$
$$\Delta n_{02} = \pm 3,9 \times 10^{-8}.$$

Les deux indices varient donc d'une manière inégale et par suite la biréfringence est modifiée. Ce dernier résultat a été vérifié directement avec les hyperboles de Müller.

Pour observer les variations de biréfringence dans la direction normale aux axes optique et électrique, nous utilisons les spectres cannelés de Fizeau et Foucault, la biréfringence naturelle de la lame à étudier étant compensée par une autre lame d'à peu près même longueur.

La double réfraction diminue lorsque l'on charge positivement l'extrémité de l'axe électrique, qui deviendrait positive par une compression exercée dans la direction de cet axe; elle augmente lorsque le sens du champ électrique est contraire au précédent. C'est ce qui a été d'ailleurs constaté qualitativement par Röntgen et par Kundt [2].

Nous avons mesuré ces variations de biréfringence sur deux lames de $45^{mm},48$ et $45^{mm},00$ de long et de $5^{mm},29$ et $12^{mm},66$ d'épaisseur. Nous trou-

---

(1) Ny Tsi Ze, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1645.

(2) Wied, *Ann. der Physik*, 18, 1883, p. 213, 228 et 534.

vons par unité de champ, pour $\lambda = 5430\,\text{Å}$,

$$\Delta(n_e - n_{01}) = \pm 1,33 \times 10^{-8}.$$

Il en résulte que l'on a :

$$\Delta n_{01} = \pm 1,6 \times 10^{-8}$$
$$\Delta n_{02} = \pm 3,9 \times 10^{-8}$$
$$\Delta n_e = \pm 2,9 \times 10^{-8}$$

par unité du champ et pour la radiation verte du mercure.

En résumé, lorsque l'on charge positivement l'extrémité de l'axe électrique qui deviendrait positive par une compression exercée dans la direction de cet axe (il y a un allongement dans la direction de l'axe électrique et une contraction dans la direction normale aux axes optique et électrique), les indices dans les trois directions définies par les arêtes du parallélépipède rectangle de quartz diminuent de manière que l'on ait une augmentation de biréfringence dans la direction de l'axe électrique et une diminution de biréfringence dans la direction normale aux axes optique et électrique. Tous ces phénomènes changent de signe lorsque le sens du champ électrique est renversé. Leurs grandeurs sont proportionnelles aux champs.

Ces variations de biréfringence ne sont pas simplement des effets secondaires dus aux dilatations électriques du quartz : en effet, les variations de la biréfringence par pression mécanique [1] ne sauraient les expliquer ni en grandeur ni en signe.

Il y a bien là un phénomène électro-optique; ce phénomène est essentiellement différent du phénomène de Kerr puisqu'il dépend linéairement du champ électrique, et change de sens avec le champ. Ces caractères se manifestent dans les modifications optiques des cristaux dépourvus de centre parmi lesquels nous signalerons la tourmaline et le sel de Seignette [2].

Ces changements de propriétés optiques du quartz pourront, comme ses déformations, donner lieu à des applications.

---

[1] DONGIER, *Ann. de Physique*, 7e série, **14**, 1898, p. 493.

[2] Voir VOIGT, *Magneto und Electrooptik*, p. 341.

SPECTROSCOPIE. — *Influence du champ magnétique sur la polarisation de la radiation de résonance du cadmium.* Note de M. **Paul Soleillet**, présentée par M. Jean Perrin.

On connaît les intéressantes expériences de Wood et Ellett [1] sur la radiation $\lambda = 2537$ Å émise par résonance de la vapeur de mercure et l'influence remarquable des champs magnétiques faibles sur cette polarisation. Il y avait lieu de répéter ces expériences sur un métal de la même famille pour la radiation correspondante. Mac Nair vient de publier [2] quelques résultats sur le cadmium relatifs à la radiation $\lambda = 3261$ Å. Dans un champ magnétique nul (champ terrestre compensé) il a obtenu une polarisation d'à peine 35 pour 100. La pression de la vapeur était alors la pression maxima à 210°, température du point le plus froid du tube de résonance. Or j'avais observé qu'à cette pression se produit déjà de la résonance secondaire, dépolarisée sans doute, comme l'ont observé Wood et Ellett pour le mercure. Il y avait donc intérêt pour augmenter la polarisation à répéter l'expérience à une plus basse pression.

La lumière excitatrice produite par un arc à vapeur de cadmium, dans le vide, soufflé magnétiquement, se propage horizontalement. La vibration électrique est rendue verticale par un foucault. Le tube de résonance en quartz est maintenu dans sa partie éclairée à 225° tandis que son prolongement est maintenu à 170°. Le champ magnétique terrestre est compensé par du courant passant dans six bobines plates formant les faces d'un cube. Une modification des courants permet d'opérer dans un champ magnétique d'intensité et de direction arbitraires. On observe la lumière sortant à 90° du faisceau incident et dans un plan horizontal. Une lentille de quartz fait sur une plaque photographique l'image d'un diaphragme de 2^{mm} placé contre le tube. Entre le diaphragme et la lentille deux biprismes de Wollaston, l'un posé sur un plan horizontal le second fixé sur un cercle gradué mobile, permettent d'obtenir quatre images du diaphragme. Quand deux de ces images sont d'égale densité, on peut déduire de l'angle que font les deux wollastons le rapport des intensités des deux faisceaux à vibration électrique horizontale et verticale à la sortie du premier

(1) Wood et Ellett, *Phys. Rev.*, 24, 1924, p. 293.

(2) Mac Nair, *Phys. Rev.*, 29, 1927, p. 677.

wollaston et par suite la valeur

$$p = \frac{I_V - I_H}{I_V + I_H}$$

du degré de polarisation par rapport à ces directions.

Pour l'étude de la rotation du plan de polarisation, on a remplacé le diaphragme par un double prisme de Soleil en quartz droit et gauche perpendiculaire à l'axe. L'un des wollastons est supprimé. Le déplacement des franges photographiées permet d'apprécier les rotations.

Voici les résultats d'un premier examen des clichés. Les nombres sont susceptibles de retouches n'altérant pas l'ordre de grandeur :

1° Si le champ magnétique est nul, la polarisation observée est de 73 pour 100 quand la température de la paroi froide est 170°. Elle reste sensiblement la même encore à 115°. A 210°, au contraire, elle n'est plus que de 35 pour 100 conformément aux résultats de Mac Nair. L'intensité maxima est en faveur de la vibration électrique verticale.

2° Si le champ magnétique est vertical, aucune modification.

3° Si le champ magnétique est dirigé suivant la direction de propagation de la lumière excitatrice, la polarisation tombe à 50 pour 100 pour H = 0,2 gauss.

4° Si le champ magnétique est dirigé suivant la direction d'observation, la polarisation décroît vite avec le champ magnétique.

H = 0,016 gauss	$p = 50$ pour 100
H = 0,033 »	$p = 18$ »
H = 0,685 »	$p = 0$ »

p = polarisation par rapport aux directions verticale et horizontale (définie plus haut).

Dans ce cas, le plan de polarisation tourne de 0 à 45° tandis que la polarisation vraie diminue. Le sens de rotation s'inverse avec celui du champ magnétique.

Ces résultats sont qualitativement ceux obtenus pour le mercure. Toutefois la polarisation est loin d'être atteinte.

La dépolarisation sous l'influence du champ magnétique est au contraire bien plus forte que pour le mercure. Ce dernier exige plus d'un gauss pour une dépolarisation complète alors qu'un dixième est suffisant pour le cadmium. Ce phénomène paraît être le phénomène optique le plus sensible au champ magnétique connu à ce jour.

OPTIQUE. — *Polarisation elliptique produite par réflexion à la surface des liquides.* Note de M. **Ch. Bouhet**, présentée par M. Cotton.

Dans une Note précédente (¹) j'ai montré comment la méthode de Chaumont pouvait donner avec une assez bonne précision l'ellipticité K de la vibration elliptique produite par réflexion sur la surface des liquides, sous l'incidence brewstérienne de la lumière polarisée. J'ai appliqué cette méthode à l'étude de divers liquides.

Étude des solutions salines.

Solution.	Indice $p.\lambda = 546$.	Temp.	$K \times 10^5$.	Valeur de Jamin.
SO^4Na^2	1,3455	14°	+ **42**	—1383
No^3K	1,3500	»	+ **40**	— 666
No^3Na	1,3618	»	+ **41**	— 561
Zn Cl^2	1,3510	»	+ **42**	
»	1,3735	12,8	+ **43**	—1152
»	1,3740	»	+ **43,5**	
»	1,4046	15	+ **39**	— 378
»	1,4455	16,6	+ **38**	+ 920
»	1,4616	18	+ **39**	+ 103
»	1,5215	21,9	+ **39**	
»	1,3510			
»	1,3510		—**467**	

Des valeurs ci-dessus et de celles trouvées pour l'eau il résulte que la réflexion à la surface des solutions salines est toujours *positive*, les valeurs négatives données par Jamin provenant indiscutablement d'une surface sale. Les nombres positifs très grands donnés par lui sont vraisemblablement dûs à ce que la méthode employée comportait une précision très faible.

Étude de liquides organiques. — Les liquides étudiés ont été en général simplement bien essuyés avant chaque série de pointés, les liquides organiques ayant une tension superficielle faible et ayant peu de chance d'être souillés (j'ai vérifié dans les cas 4-5, 18-19, 21-22, qu'il en était bien ainsi).

Le tableau suivant donne les valeurs obtenues :

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 53.

Nos.	Corps étudiés.	Tempé-rature.	Tension superfi-cielle (¹).	n_{546}.	K + 10⁵.	Valeurs de Jamin.	Biré-fringence magnét.
1.	Iodure de méthylène....	18°,0		1,7495	+221,0		— 12,3
2.	Bromonaphtalène......	17,5		1,6680	139		+ 99
3.	Styrolène..............	19,2		1,5494	133		+ 36,8
4.	Benzine................	13	30	1,5089	132		+ 23
5.	» (non nettoyée)..	15		»	132		»
6.	Para-xylène..........	14,6	30	1,5026	129		+ 26,6
7.	Ortho-xylène..........	17	30	1,5115	127,5		+ 27,8
8.	Tétrachlor. de carbone.	12,5	25,7	1,4681	126		0
9.	Quinoléine............	14,9		1,6373	126		+ 83
10.	Méta-xylène..........	18,7	30	1,5023	124		+ 25
11.	Cyclohexane...........	16,5	25,7	1,4295	121		
12.	Dibrom. d'éthylène.....	17,6	28,9	1,5443	114	+185	— 7,1
13.	Acide pélargonique.....	20		1,4338	102		
14.	Alcool octylique.......	17,7		1,4256	101		
15.	Acétate d'éthyle.......	15,9	23,6	1,3757	99	+117	
16.	Benzoate d'éthyle......	16,2	36	1,5112	96	+188	+ 37
17.	Acide propionique.....	20		1,3887	95,5		
18.	Alcool éthylique.......	16	22	1,3625	92	+208	
19.	» (non nettoyé)...	»	»	»	90,5		
20.	Acide oléique..........	14,9		1,4653	91,5		
21.	Nitrobenzine..........	16,7	42,7	1,5614	76		+100
22.	» (non nettoyée)	»	»	»	80		
23.	Glycérine.............		65	1,4733	63	0	

Il résulte du tableau précédent que les valeurs de Jamin sont toujours trop grandes tout en étant positives.

Aucun lien n'est apparent entre les valeurs de l'ellipticité d'une part et la tension superficielle, l'indice, l'anisotropie moléculaire déduite de la biréfringence magnétique d'autre part.

(¹) La tension superficielle variant rapidement avec la température, ces valeurs ne sont données qu'à titre d'indication.

PHOTOCHIMIE. — *Pouvoir de résonance de quelques sels métalliques en solutions irradiées par la lumière filtrée de l'arc au mercure.* Note de MM. **A. Andant** et **E. Rousseau**, présentée par M. Guignard.

Nous avons établi [1] la part de résonance photolytique qui revient au $MnCl^2$, pur et sec, quand, en lumière filtrée au travers d'un écran de verre à l'oxyde de nickel, on irradie sa solution dans de l'eau de laurier-cerise recouverte d'huile d'olives pure. Comme ce fait expérimental pouvait être propre au sel de manganèse, nous avons recherché si le même phénomène se reproduirait avec d'autres métaux salins, de plus combinés à des radicaux acides différents. Pour cette nouvelle recherche, nous avons eu recours au même procédé en irradiant des solutions salines, mais dont la proportion de métal a été sensiblement égale à celle du Mn (55) que renferme son chlorure pur et sec (poids mol. 126). Or une solution $\frac{N}{100}$ de ce sel contient 0,55 pour 1000 de métal.

En conséquence, nous avons préparé les liqueurs salines avec de l'eau de laurier-cerise (titre 100) et les doses de produits chimiquement purs que voici :

$(NO^3)^2UO^2 + 6\,H^2O$ (poids mol. 500 dont 236 Ur); $1^g,17$ pour $1000 = 0,551$ Ur;
PO^4K^2H déshydr. (poids mol. 174 dont 78 K); 1,23 pour $1000 = 0,550$ K;
NaCl fondu (poids mol. 58,5 dont 23 Na); 1,40 pour $1000 = 0,550$ Na;
$So^4Mg + 7\,H^2O$ (poids mol. 246 dont 24,36 Mg); 5,50 pour $1000 = 0,552$ Mg;
$MnCl^2$ déshydr. (poids mol. 126 dont 55 Mn); 1,26 pour $1000 = 0,550$ Mn.

Voici les résultats de nos dosages obtenus avec la méthode de Denigès :

	A. — Eau de Laurier-Cerise irradiée Sous huile + Écran.		B. — Eau de Laurier-Cerise + Mg irradiée Sous huile + Écran.		C. — Eau de Laurier-Cerise + Mn irradiée Sous huile + Écran.	
Temps (heures).	HCN restant.	Pertes p. 100.	HCN restant.	Pertes p. 100.	HCN restant.	Pertes p. 100.
Témoin	97,20		90,72		92,28	
1	92,88	4,4	82,08	15,5	86,40	11,1
2	88,56	8,8	79,92	17,7	82,08	15,5
4	86,40	11,1	75,60	22,2	77,76	20,0
6	77,76	20,0	80,08	17,6	79,92	17,7

[1] A. Andant et E. Rousseau, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1153.

Temps (heures).	D. — Eau de Laurier-Cerise + Na irradiée Sous huile + Écran. HCN restant.	Pertes p. 100.	E. — Eau de Laurier-Cerise + Ur irradiée Sous huile + Écran. HCN restant.	Pertes p. 100.	F. — Eau de Laurier-Cerise + K irradiée Sous huile + Écran. HCN restant.	Pertes p. 100.
Témoin	97,20		97,20		97,20	
1	90,72	6,6	90,72	6,6	92,88	4,4
2	84,24	13,3	86,40	11,1	84,24	13,3
4	77,76	20,0	79,92	17,7	82,08	15,4
6	77,76	20,0	82,08	15,5	82,08	15,4

Le titre 100 de l'eau de laurier-cerise a été abaissé, avant son irradiation, au chiffre 97,20. Celui-ci traduit, pour les trois métaux salins (Na, Ur, K), la part d'effet catalytique qui leur revient respectivement dès qu'ils sont au contact de HCN; avec les autres métaux (Mg, Mn) cet effet est plus intense (90,72; 92,88). Afin d'établir sur une même base de comparaison la part de résonance qui revient à chaque sel, nous avons calculé les pourcentages de pertes en HCN par rapport au témoin 97,20. En comparant les effets photolytiques qui sont apparus à la quatrième heure (Tableaux A et B, C, D, E, F) on peut établir, de la façon suivante, la part de photolyse qui revient soit à chaque résonateur, soit à la lumière filtrée. (Radiation 3650, infrarouges, etc.) :

Mg : 22,2 — 11,1 = 11,1 résonateur et 11,1 radiations
Mn : 20 — 11,1 = 8,9 » et 11,1 »
Na : 20 — 11,1 = 8,9 » et 11,1 »
Ur : 17,7 — 11,1 = 6,6 » et 11,1 »
K : 15,4 — 11,1 = 4,3 » et 11,1 »

On remarque, après la quatrième heure, pour les métaux suivants : Mg, Mn, Ur, qu'un phénomène de réversibilité est apparu, alors que l'effet photolytique, entre 4 heures et 6 heures, s'est arrêté à un seuil, sans le franchir (20 pour 100 Na et 15,4 pour 100 K), quand on emploie comme résonateur, à métal monovalent, soit le chlorure de sodium, soit le phosphate de potassium. En résumé, le phénomène de résonance que nous avons déjà obtenu avec le sel de manganèse, irradié par la lumière filtrée de l'arc au mercure, n'est pas un fait expérimental isolé puisque nous retrouvons ce phénomène avec les sels de magnésium, de sodium, de potassium et d'uranium.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la vaporisation du polonium.* Note de M. **P. Bonèt-Maury**, présentée par M. Jean Perrin.

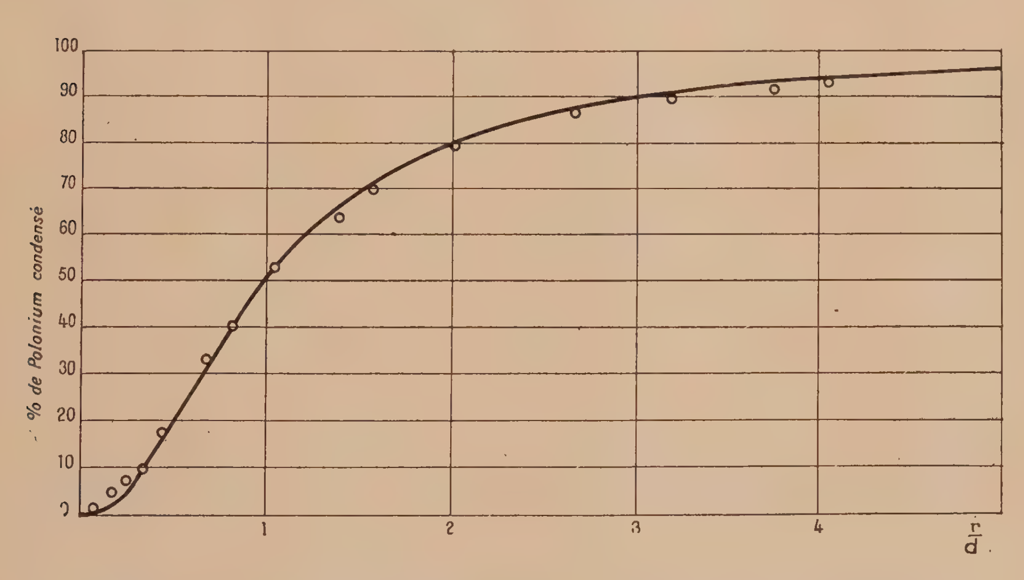
Nous avons décrit, dans une précédente Note, l'appareil utilisé au cours de notre travail; nous nous proposons, dans la présente Communication, d'exposer les résultats obtenus.

Répartition théorique du Po *condensé.* — Les causes étant symétriques, les effets doivent l'être et le dépôt de Po, sur le disque de Cu mince D, présentera un centre de symétrie situé sur la normale en O′ à la surface émettrice AB, c'est-à-dire par suite du réglage de l'appareil au centre O du disque. Appelons d la distance OO′, le calcul montre que le nombre n_r d'atomes condensés sur la surface d'un cercle de rayon r est donné par la formule $n_r = n_0 \dfrac{\dfrac{r^2}{d^2}}{1+\dfrac{r^2}{d^2}}$, où n_0 représente le nombre d'atomes vaporisés, et où l'on a mis en évidence $\dfrac{r}{d}$ que nous appellerons le rayon réduit. Connaissant d et n_0, on construira la courbe théorique de répartition représentant l'activité d'un cercle en fonction de son rayon réduit.

Détermination expérimentale de la répartition. — Il était tout d'abord nécessaire de situer avec précision la position du centre de symétrie du dépôt. Ce centre, en effet, peut ne pas coïncider avec le centre du disque, bien que l'écart possible, dû à un défaut de réglage, ne dépasse pas 1^{mm}. Nous y sommes parvenus en utilisant le dispositif suivant :

Le disque actif est immobilisé sur une planchette rectangulaire de cuivre, bordée par deux réglettes bien dressées. On peut déplacer à $0^{mm},5$ au-dessus du disque un écran de cuivre portant une fente de 1^{mm} de largeur à bords parallèles taillés en biseau. L'écran étant guidé par les bords de la planchette, la fente glisse toujours parallèlement à elle-même et ses déplacements sont repérés au moyen d'une règle graduée que parcourt un index fin, solidaire de l'écran. La mesure de l'activité que laisse filtrer la fente, pour chaque position de l'écran, permet de construire une courbe liant à sa position l'activité d'une bande de largeur constante découpée sur le disque. L'expérience, d'accord avec la théorie, montre que cette courbe présente un maximum lorsque le milieu de la fente est situé au-dessus du centre cherché. Le maximum observé se trouve être dans les conditions de l'expé-

rience, très net et sa position peut être facilement déterminée sur la courbe obtenue à moins de $0^{mm},1$ près. En amenant la fente sur cette position, on trace sur le disque une première droite contenant le centre. On en obtient une deuxième, en répétant les mêmes opérations, après avoir fait tourner de 90° dans son plan le disque actif : l'intersection de ces deux droites fournit le point cherché. En cet endroit, on traverse alors le disque avec une aiguille fine et l'on mesure l'activité présentée par des zones annulaires décroissantes obtenues en masquant peu à peu la surface active à l'aide d'écrans minces (épaisseur $\frac{5}{100}$ de millimètre) circulaires de rayon connu, centrés sur l'aiguille. On peut alors calculer et construire la courbe expérimentale liant l'activité d'un cercle à son rayon réduit.



Résultat. — Nous donnons ci-dessus les résultats obtenus. En abscisses, on a porté les rayons réduits et en ordonnées proportion pour 100 de Po condensé (c'est-à-dire qu'on fait $n_0 = 100$) sur les cercles correspondants. Nous avons tracé la courbe théorique en trait plein et mis en place les points expérimentaux sans les relier entre eux. On voit qu'ils viennent se placer sur la courbe théorique à moins de 2 pour 100 près, l'écart le plus sensible se manifestant pour les régions voisines du centre où de légères erreurs sur la position de ce centre entraînent de gros écarts dans la mesure de l'activité.

Conclusion. — Les commodités que présentent les atomes radioactifs au point de vue de leur localisation et de leur numération nous ont permis d'obtenir une vérification très simple et relativement précise de la loi du

cosinus, loi suivant laquelle s'effectue la vaporisation du Po déposé sur nickel. Nous pensons donc que l'utilisation de ces atomes faciliterait beaucoup la solution de certains problèmes délicats de la théorie cinétique, notamment ceux qui concernent la réflexion, la condensation et l'adsorption des molécules gazeuses et nous nous proposons de poursuivre nos recherches dans ce sens.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur une méthode de dosage rapide du phosphure d'hydrogène gazeux dans un mélange.* Note de M. **M. Wilmet**, présentée par M. Georges Urbain.

La recherche d'un procédé simple de dosage du phosphure d'hydrogène gazeux dans un mélange nous a conduit à reprendre l'action de ce gaz sur le chlorure mercurique en solution aqueuse.

Parmi les auteurs qui se sont occupés de cette question, l'un des derniers, Lemoult [1], obtient un précipité jaune pâle, obtenu suivant l'équation

$$PH^3 + 3\,HgCl^2 = P(HgCl)^3 + 3\,ClH.$$

D'après nos essais, la couleur du précipité obtenu étant variable, nous avons étudié cette réaction de la façon suivante :

Un poids connu de sublimé, dissous dans 50 à 100$^{cm^3}$ d'eau, est mis dans un flacon de 300$^{cm^3}$ environ, dont le bouchon est traversé par un tube portant un robinet. Un vide partiel étant fait dans le flacon, on le relie avec le tube de dégagement d'une cloche à gaz placée sur une cuve à mercure et contenant un volume déterminé d'hydrogène phosphoré. Par le jeu des robinets, on réalise, de la cloche au flacon, un courant gazeux extrêmement lent, pour éviter l'inflammation du phosphure dans l'air par détente trop brutale. Le flacon est agité, pour éviter les excès locaux du gaz par rapport au sublimé, jusqu'à la fin de la réaction qui se reconnaît à ce que le liquide sur les parois du flacon immobile ne change plus de teinte. On rétablit la pression atmosphérique à l'intérieur du flacon, en faisant arriver de l'air par la cloche, ce qui entraîne le gaz qui restait dans le tube de communication. Pour des quantités croissantes de gaz réagissant sur une solution de sublimé, il se forme un précipité blanc, devenant jaune, puis orangé, lorsque la solution ne contient plus de sublimé. L'action du gaz se poursuit, mais beaucoup plus lente, sur le précipité formé; sa couleur devient brun jaune, puis noire, avec production finale de mercure métallique.

Cette étude est limitée à la première phase de l'action du gaz. Le précipité, recueilli sur filtre taré, est séché à poids constant sur l'anhydride phosphorique. La liqueur

---

(1) Lemoult, *Comptes rendus*, 145, 1907, p. 1175.

filtrée ne contient pas de phosphore, mais seulement du sublimé et de l'acide chlorhydrique libre qui peut être dosé volumétriquement.

Dans le tableau suivant, sont résumées quelques expériences, avec les indications des quantités théoriques correspondant à l'équation écrite par Lemoult :

Volume du PH^3 en cm³.	ClH libre dosé en cm³.	Rapport $\frac{ClH}{PH^3}$	Sublimé restant en solution.	Poids du précipité théorique $P(HgCl)^3$.	Poids du précipité.	Sa teneur (p. 100) en Cl.	Sa teneur (p. 100) en Hg.	Teneur (p. 100) du précipité théorique en Cl.	Teneur (p. 100) du précipité théorique en Hg.	Couleur des précipités.
				g	g					
22,1	64	2,91	trace	0,728	0,736	13,9	81,2	14,4	81,4	orangé
18,3	53,8	2,94	0g,428	0,602	0,716	16,1	79,8			jaune
18,6	54	2,90	3,2095	0,612	0,734	16	79,6			jaune très pâle
21,4	64,1	3	2,058	0,775	0,946	17	80			jaune très pâle
17,6	53	3	1,027	0,579	0,678					jaune (¹)

L'examen du tableau montre que la couleur, le poids et la composition du précipité obtenu suivant les quantités relatives en présence sont variables, et que l'obtention du précipité de formule $P(HgCl)^3$ nécessite la mise en présence avec précaution des quantités théoriques du gaz et du sublimé. En opérant sur des solutions de chloromercurate de potassium les résultats obtenus sont identiques et diffèrent nettement de ceux indiqués par Lemoult (²). Il est tout à fait remarquable que le rapport du volume d'acide chlorhydrique gazeux, calculé d'après le dosage à la soude, au volume du phosphure d'hydrogène mis en jeu, soit constant et voisin de 3, quel que soit le précipité obtenu. Le dosage du phosphure d'hydrogène dans un mélange gazeux pourra être fait ainsi :

Sur la cuve à eau, prélever, dans un flacon de 125^{cm^3} plein d'eau distillée, 100^{cm^3} du mélange gazeux ; y introduire du sublimé solide contenu dans un petit tube de 25^{mm} de long, de 5 à 7^{mm} de diamètre et fermé à une extrémité. La quantité de sublimé utilisée doit être en excès par rapport à la quantité supposée de phosphure d'hydrogène dans le mélange. Le flacon est bouché, puis agité. Le sublimé se dissout. Il se forme un précipité, qu'on filtre et lave. Dans le liquide, on dose volumétriquement l'acide libéré en présence d'hélianthine. Si *n* est le nombre de centimètres cubes de soude $\frac{N}{10}$ employés,

---

(¹) Cette expérience a été faite avec un mélange contenant $16^{cm^3},8$ d'acétylène.

(²) Lemoult, *loc. cit.*

le volume correspondant de phosphure d'hydrogène à 15° sous 760mm sera

$$n \cdot \frac{22400^{cm^3}}{10000} \cdot \frac{288}{273} \cdot \frac{1}{3} = n^{cm^3} \cdot 0,784.$$

Avec une solution titrée $\frac{N}{100}$ de soude, les dosages peuvent être poussés jusqu'aux teneurs de l'ordre de 0,5 pour 100 en volume. L'erreur à ces faibles concentrations peut atteindre 5 pour 100 du volume réel du phosphure d'hydrogène, comme nous l'avons constaté en comparant les résultats obtenus pour un même mélange avec ceux que donnent les méthodes de séparation par l'air liquide.

Pour des teneurs plus faibles, les dosages se font par comparaison avec des flacons témoins, préparés avec des mélanges de concentration connue en hydrogène phosphoré. Cette échelle de comparaison s'étendra du $\frac{1}{10000}$ au $\frac{1}{70000}$, concentration pour laquelle le louche obtenu devient imperceptible. Les témoins se conservent très mal au jour; à l'abri de la lumière, ils restent comparables à eux-mêmes pendant 2 ou 3 jours.

Cette méthode est valable en présence de tous les gaz qui ne modifient pas par eux-mêmes ou par leur action sur le sublimé l'acidité du milieu; elle est simple et rapide et répond aux nécessités que comporte un contrôle industriel.

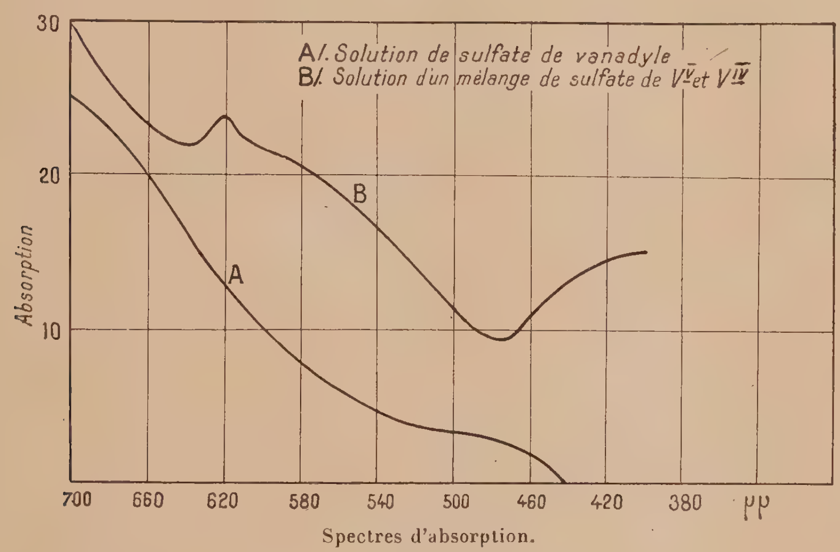
CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un composé intermédiaire entre le sulfate de vanadium* $V^2O^5nSO^3$ *et le sulfate de vanadyle* $VOSO^4$. Note de MM. **V. Auger** et **C. Eichner**, présentée par M. G. Urbain.

Au cours de la réduction lente d'une solution de V^2O^5 en SO^4H^2, nous avons observé qu'il arrive un moment où la solution orangée primitive devient bleu foncé, presque opaque, pour passer au bleu clair lorsque le sulfate acide de vanadyle est formé.

On observe bien ces changements de couleur en prenant une solution vanadique dans SO^4H^2 à 30 pour 100 environ et en y faisant passer lentement un courant de SO^2.

Le même phénomène se produit lorsqu'on mélange à proportions égales une solution orangée de sulfate de V^2O^5 et une solution bleue de sulfate de V^2O^4 : au lieu d'obtenir la coloration verte que devrait fournir ce mélange, on observe un virage vers le bleu indigo, comme on l'avait constaté dans la réduction décrite plus haut.

Outre la différence de nuance, la coloration observée est beaucoup plus intense que celle d'une solution de sulfate de vanadyle de même teneur en vanadium. Nous admettons qu'il se forme un sulfate mixte vanadico-vanadeux dont la solution acide possède une coloration bleu indigo. Nous avons en vain essayé d'obtenir ce produit sous la forme cristallisée, et nous avons dû nous contenter de démontrer son existence et de déterminer les conditions dans lesquelles la solution est stable.



Spectres d'absorption.
A, solution d'un sulfate de vanadyle; B, mélange de sulfates de V^{V} et de V^{IV}.

Si l'on ajoute goutte à goutte une solution sulfurique orangée de V^2O^5 à une solution de sulfate de vanadyle, la coloration indigo apparaît aussitôt, mais elle passe rapidement au vert si l'acide est concentré; l'addition d'un peu d'eau, provoquant l'hydrolyse du complexe $V^2O^5 nSO^3$, rétablit la coloration bleue, et l'on constate qu'elle atteint son maximum d'intensité lorsqu'on a formé un mélange à parties égales de V^{V+} et de V^{IV+}.

Le composé formé n'est pas sensible à une élévation de température, mais il est fort peu stable si l'on change les concentrations de l'acide car, par addition de SO^4H^2 concentré, le sulfate vanadique se reforme en faisant passer la couleur au vert, tandis qu'inversement l'addition d'eau provoque au bout de quelque temps une séparation de V^2O^5 peu soluble dans SO^4H^2 dilué.

Nous avons pensé que l'étude des spectres d'absorption des solutions serait un des meilleurs procédés pour démontrer l'existence du nouveau

composé, et nous avons comparé les spectres d'absorption de solutions ayant le même titre en vanadium : 5 pour 100 environ, dont l'une était formée de sulfate acide de vanadyle, et l'autre de mélanges variables de solutions sulfuriques de V^{V+} et V^{IV+} contenant plus ou moins d'eau.

Nous avons opéré avec un spectrophotomètre de Féry et noté l'absorption depuis $700^{\mu\mu}$ jusqu'à $400^{\mu\mu}$.

La solution de sulfate de vanadyle fournit un spectre dans lequel l'absorption diminue rapidement depuis le rouge jusqu'à $520^{\mu\mu}$; elle reste ensuite presque constante jusqu'à 495 pour s'affaiblir et cesser à 440 (courbe A).

La courbe B, obtenue avec une solution formée de molécules égales V^{V+} et V^{IV+} diffère de la première non seulement par une absorption beaucoup plus forte, mais aussi par sa forme : elle possède en effet un maximum très net à 620, puis s'affaiblit jusqu'à 480 pour remonter aussitôt. Il s'agit donc évidemment de deux sels différents en solution et non d'un mélange, qui d'ailleurs posséderait une coloration verte. En étudiant la courbe d'absorption de la lumière avec des solutions contenant des quantités variables de V^{IV+} et de V^{V+}, nous avons constaté que celle-ci apparaissait avec la plus grande netteté avec les proportions équimoléculaires des composants; la recherche relative à la concentration en acide du solvant a confirmé les premiers essais en montrant que le phénomène était plus net avec SO^4H^2 à 25 pour 100 environ.

Quant à la formule du sulfate de vanadico-vanadyle dissous, nous ne pouvons que proposer des formules basées sur celles des sulfates de vanadium pentavalent et de vanadyle. Étant donné que la réaction se produit en solution très acide, dans laquelle les sels V^2O^5, $3SO^4H^2$ et $2VOSO^4$, SO^4H^2, H^2O sont stables, il nous semble que la formule la plus vraisemblable du nouveau sel serait $HSO^4 - VO(OH) - SO^4 - V(OH)^2 - SO^4H$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrogénation sous pression du tétraphénylméthane et du paraoxytétraphénylméthane.* Note ([1]) de MM. **W.-N. Ipatieff** et **B.-N. Dolgof**, présentée par M. C. Matignon.

Le tétraphénylméthane hydrogéné sous pression à la température de 275-285° ne se transforme pas en tétracyclohexylméthane car ce dernier se

([1]) Séance du 11 juillet 1927.

décompose en cyclohexane et tricyclohexylméthane

$$C(C^6H^5)^4 + 13H^2 = C^6H^{12} + (C^6H^{11})^3 CH.$$

Ce dernier corps se décompose lui-même de semblable façon en formant du dicyclohexylméthane

$$(C^6H^{11})^3 CH = C^6H^{12} + (C^6H^{11})^2 CH^2.$$

Le paraoxytétraphénylméthane s'est comporté de même :

$$C^6H^{11}(OH) C (C^6H^5)^3 + 13H^2 = C^6H^{11}(OH) + (C^6H^{11})^3 CH,$$
$$(C^6H^{11})^3 CH = C^6H^{12} + (C^6H^{11})^2 CH^2.$$

Tétraphénylméthane. — On en a réalisé l'hydrogénation en opérant sur 25^g de carbure mêlé avec 100 à 150^{cm^3} de benzine jouant le rôle de dissolvant. Le catalyseur est l'oxyde de nickel ajouté dans la proportion de 10 pour 100. La pression de l'hydrogène était de 80 à 100^{atm} et la température 275-285°.

La vitesse de réaction, grande au début, diminue avec le temps.

Le produit obtenu, après élimination du dissolvant, était séparé en deux fractions :

	20^{mm}.	760^{mm}.
I.	130–150°	250–260°
II.	205–206°	330–333°

De la première fraction on retire par une nouvelle distillation le dicyclohexylméthane passant entre 251-253° :

$$d_0^{20} = 0,8743, \quad n_D^{21} = 1,4755;$$
$$M_D = 58,05, \quad M_D \text{ (calculé)} = 57,73.$$

L'analyse a donné :

	Trouvé. I.	Trouvé. II.	Calculé.
C pour 100	86,21	86,39	86,56
H »	13,67	13,59	13,44

La deuxième fraction, soumise à une seconde hydrogénation, abandonne dans le vide un produit cristallisé que l'on purifie par dissolution et cristallisation dans l'alcool méthylique ; ce corps est le tricyclohexylméthane.

$$d_0^{50} = 0,9274, \quad \text{point de fusion} = 48°;$$
$$n_D^{50} = 1,4967, \quad n_D^{40} = 1,4986;$$
$$M_D = 82,49, \quad M_D \text{ (calculé)} = 83,25.$$

On a obtenu pour l'analyse :

	Trouvé.	Calculé.
C pour 100	87,07	87,02
H »	12,70	12,98

P. M. (dans C^6H^6) = 258,9, P. M. (calculé) = 262,27.

Ce carbure n'est attaquable par aucun réactif, il est insoluble dans l'eau, un peu soluble dans les alcools méthylique et éthylique, l'acide acétique, davantage dans le cyclohexane :

Paraoxytétraphénylméthane. — L'hydrogénation était réalisée dans les mêmes conditions que précédemment. Le produit de la réaction a été fractionné en trois parties :

I	146°-149°	760mm
II	122°-125°	17mm
III	196°-197°	»

De la première fraction on a séparé entre 154°-162° le cyclohexanol.

La deuxième fraction contient le dicyclohexylméthane :

$$d_{20}^{20} = 0,8851, \quad d_0^{20} = 0,8829,$$
$$n_D^{20} = 1,4786,$$
$$M_D = 57,83, \quad M_D \text{ (calculé)} = 57,73.$$

	I.	II.	Calculé.
C pour 100	86,62	86,74	86,56
H »	13,14	12,94	13,44

L'huile visqueuse à odeur agréable qui constitue la troisième fraction contient sans doute le dicyclophénylméthane (1) :

$$d_0^{20} = 0,9737, \quad d_{20}^{20} = 0,9670, \quad d_{20}^{50} = 0,9550,$$
$$n_D^{20} = 1,5258, \quad n_D^{21,5} = 1,5253;$$
$$M_D = 80,74, \quad M_D \text{ (calculé)} = 80,74.$$

	I.	II.	Calculé.
C pour 100	88,27	88,62	88,84
H »	11,35	11,35	11,16

P. M. (dans C^6H^6) = 251; P. M. calculé = 256,2.

Cette même fraction, soumise de nouveau à l'hydrogénation, a fourni un produit cristallin qu'on a purifié dans l'alcool méthylique, et qui présente

(1) Godchot, *Comptes rendus*, **147**, 1908, p. 1057.

tous les caractères du tricyclohexylméthane :

Temp. fusion $= 48^\circ$-$48^\circ,5$; Temp. éb. $= 322^\circ$-329°.

$n_D^{50} = 1,4865$; $d_0^{50} = 0,9263$;

$M_D = 81,39$; M_D(calculé) $= 83,25$.

	I.	II.	III.	Calculé.
C pour 100...........	86,87	86,75	87,18	87,02
H »	12,87	12,73	12,98	12,98

P. M. (dans C^6H^6) $= 256,9$, $261,9$; P. M. (calculé) $= 262,27$.

MINÉRALOGIE. — *La texture des bauxites et leur origine.* Note de M. **Jacques de Lapparent**, présentée par M. Pierre Termier.

La manière d'être des bauxites ne peut être bien comprise que si l'on se figure tout d'abord une abondante poussière de minéraux très réfringents, principalement rutile et anatase, en très petits cristaux, constituant un amas dense « saisi » dans le complexe alumineux, alumino-siliceux, ferrique, qui forme le corps de la roche.

Dans ce corps de la bauxite, des points particuliers témoignent soit de concentrations, soit d'éliminations du fer, et des pisolites sont ainsi faits que les uns sont plus ferriques que la pâte de la roche et les autres moins.

Cet état *élémentaire* de la bauxite ne laisse reconnaître au microscope aucun élément alumineux cristallisé, mais un tel état n'est pas particulièrement fréquent, et paraissent en dériver immédiatement des types de bauxites dont la pâte et les pisolites sont craquelés et dont les craquelures sont remplies d'hydrargillite ($Al^2O^3.3H^2O$) en cristaux nets.

En l'espèce, il s'agit de bauxites riches en alumine et fort pauvres en silice. Si la teneur en ce dernier corps vient à prendre quelque importance, on voit que du kaolin s'est formé, et de telle manière que des pisolites, primitivement peu ferriques, sont devenus kaoliniques, la kaolinite ayant, en cristallisant, balayé la poussière qui les chargeait, la concentrant en des traînées sur lesquelles le fer est venu s'appliquer.

D'autres pisolites, plus ferriques, ont été, dans leur masse, partiellement disloqués, et leurs écailles baignent dans un complexe où des cristaux d'hydrargillite sont moulés par la kaolinite. D'ailleurs, dans des cas de cette sorte, la pâte elle-même se comporte comme les pisolites, et l'on voit en certaines bauxites que le fer lui-même, à l'état d'oxyde, a largement cristallisé en oligiste et en gœthite.

La kaolinite est parfois remplacée par l'halloysite, mais alors celle-ci reste chargée des éléments de la poussière réfringente ; et l'on voit cette halloysite soit dans la pâte de la bauxite comme de grandes membranes, soit comme matière des pisolites, épousant la courbure de ceux-ci.

La boehmite ($Al^2O^3 H^2O$) joue dans certaines bauxites un rôle analogue à celui de l'hydrargillite, mais on la trouve également avec cette dernière et de la kaolinite, l'ordre de cristallisation des éléments étant boehmite, hydrargillite, kaolinite. En certains cas cependant l'hydrargillite à macles typiques est remplacée par un autre hydrate formé de simples cristaux aciculaires de symétrie monoclinique, plus réfringents que l'hydrargillite, mais dont nous ne connaissons pas le degré d'hydratation.

Les bauxites sont rouges, roses ou blanches. Ces dernières ont été rouges et l'on voit que leur couleur blanche résulte de l'élimination d'un fer qui primitivement les chargeait. Ce fer a parfois disparu de la bauxite sans que rien dans la manière d'être de sa texture et dans son état de cristallinité fût changé; mais généralement l'élimination du fer s'est faite conjointement à la production d'un large état de cristallinité. D'ailleurs on se rend parfaitement compte que le fer commençant d'être éliminé, tandis que la bauxite prenait l'état cristallin que nous savons reconnaître en elle au microscope, continuait à disparaître, cet état atteint et ne variant pas.

Il est bien remarquable que dans les divers gisements de bauxite, les parties les plus blanches, celles qui témoignent des plus forts remaniements du fer, sont à la partie supérieure des couches; et il est intéressant de constater que le toit de la bauxite est, d'une manière ou d'une autre, en relation avec des dépôts qui furent intensément chargés de matériaux végétaux. Les substances dites humiques qui émanaient de ces derniers ont été des agents à la fois de déferrification et d'intensification de l'état cristallin de la bauxite.

D'autre part le mur des bauxites, très irrégulier, ne laisse pas de doute sur l'origine de la matière qui donna naissance à ces roches et qui correspond aux argiles de décalcification qui sont susceptibles de se produire à partir des calcaires dans les climats tempérés.

La zone inférieure d'une couche de bauxite est donc plus jeune que la partie de la même couche située vers le toit, la bauxite ayant nécessairement progressé dans les calcaires sur lesquels on la trouve par en dessous. La réduction du volume de la matière issue du calcaire dont témoigne la grande densité de l'amas de minéraux réfringents dans les bauxites, triple ou quadruple de celle qui caractérise l'amas des mêmes minéraux des argiles banales, explique les tassements dont on voit les vestiges en de nombreux types de bauxites qui prirent une structure bréchique.

GÉOLOGIE. — *Sur les terrains métamorphiques de Betchat (Ariège).* Note [1] de M. **G. Dubar**, présentée par M. Ch. Barrois.

Dans la région de Salies-du-Salat, il existe entre les terrains primaires ou le Cénomanien au Sud, et le Crétacé supérieur et le Tertiaire au Nord, des gisements de gypse, de sel, d'ophite, s'étendant vers l'Est au delà de Betchat. Ces roches ont été généralement rapportées au Trias, qui renferme souvent des ophites et du gypse.

Cependant Leymerie et M. Roussel ont admis que le gypse était, à Salies et à Betchat, le produit du métamorphisme des terrains crétacés par l'ophite. A Salies, M. Lacroix [2] a signalé la présence d'anhydrite, de phlogopite et de cristaux microscopiques de tourmaline et de rutile. Or, à Betchat également, on peut s'assurer que les terrains réputés triasiques sont tous plus ou moins atteints par le métamorphisme. Voici les principaux types de roches que j'ai rencontrés de Betchat à Ussau :

Anhydrite violacée largement cristallisée, en blocs isolés au milieu du gypse : elle est semblable à celle d'Arnave, près de Tarascon-sur-Ariège.

Gypse souvent rempli de lamelles hexagonales de chlorite (leuchtenbergite)(sud de Latour). La plupart des affleurements de gypse sont recouverts, à la surface du sol, d'une roche friable presque uniquement formée de ces lamelles, résidu de dissolution du gypse; la pyrite [3] est assez fréquente dans ce gypse.

Calcaire dolomitique à dipyre et albite : la dolomie s'isole fréquemment en grands cristaux; le dipyre se présente avec le même aspect que dans les calcaires marmoréens de la région montagneuse; ses cristaux, criblés de mica blanc, atteignent parfois plus de 2^{cm} de longueur (vallée du Lens au nord de Latour). Au sud de Latour, quand le calcaire est mêlé de gypse, on peut détacher des cristaux de dolomie maclée suivant a^1, et des macles d'albite blanche atteignant 1^{cm} de longueur. L'albite existe aussi au nord de Ponsolé.

D'autres calcaires cristallins blancs renferment du dipyre et des lames de clinochlore vert foncé (bois au sud-est d'Ussau). Au sud d'Ussau et au nord-est de Marsoulas, des calcaires bruns sont traversés en tous sens par de longs cristaux d'amphibole altérée, sur lesquels sont implantées des lamelles de clinochlore. On observe aussi, au sud d'Ussau, des calcaires cristallins blancs à petits cristaux de clinochlore et d'actinote.

Au sud de Fatet, il y a des marnes gypseuses à leuchtenbergite et pyrite, et des cal-

---

(1) Séance du 11 juillet 1927.

(2) A. Lacroix, *Sur le sel gemme métamorphique de Salies-du-Salat* (*Bull. Soc. fr. de Minér.*, **21**, 1898, p. 29-30).

(3) A. Lacroix, *Minéralogie de la France*, **2**, 1897, p. 623-625.

caires dolomitiques bruns, qui se chargent localement de magnétite, d'oligiste et de pyrite avec des masses radiées d'amphibole. On trouve, au sud de Latour, des grès et poudingues bruns décalcifiés à lames de chlorite.

Il est intéressant de souligner la ressemblance de ces roches de Betchat avec celles d'Arnave (Ariège) (1) : calcaires à dipyre, à actinote, gypse à leuchtenbergite et pyrite, anhydrite violacée, et aussi leur situation commune très au nord de la masse des terrains métamorphiques, comme le sont les gisements de Pouzac, d'Ossun et de l'ouest des Pyrénées.

Ces faits montrent combien le métamorphisme est développé dans cette partie des collines sous-pyrénéennes de l'Ariège. Ce métamorphisme affecte probablement, comme on l'a pensé, des terrains qui sont d'âge varié, et non pas seulement triasiques.

HYDROLOGIE. — *Influence du sol sur le refroidissement des eaux.* Note de M. **F. Dienert**, présentée par M. Pierre Termier.

Le problème du refroidissement des eaux par le sol est d'une grande importance pratique. L'eau chaude, c'est-à-dire celle dont la température dépasse de 4 à 5° la température moyenne du lieu, est peu appréciée par les consommateurs. Pour refroidir artificiellement une eau superficielle, il faut employer des procédés onéreux et l'on a cherché à remplacer ceux-ci par un épandage sur le sol. Un autre procédé consiste à pomper de l'eau dans les alluvions d'une rivière et à filtrer horizontalement l'eau de celle-ci pour obtenir son refroidissement.

Les captages faits le long des rivières et à une très faible distance de celles-ci donnent toujours, en été, des eaux un peu plus fraîches que les eaux de la rivière. On en a conclu que le pouvoir refroidissant du sol était très grand et qu'il suffisait de 100 à 150m d'épaisseur de sable pour refroidir complètement l'eau chaude infiltrée en été.

Cette conclusion est inexacte. Le refroidissement de l'eau des alluvions au voisinage du cours d'eau tient uniquement au mélange d'eau de la rivière avec l'eau existant dans les alluvions situées sous son lit. Ces dernières, étant un peu plus fraîches, refroidissent les eaux infiltrées du cours d'eau.

(1) A. Lacroix, *Les phénomènes de contact de la lherzolite et de quelques ophites des Pyrénées* (*Bull. Serv. Carte géol. Fr.*, 6, XLII, 1894-1895, p. 90-95).

On s'en assure aisément en notant la température des eaux souterraines au voisinage immédiat de la rivière et à 40^{m} de celle-ci quand on pompe dans une galerie creusée à 50^{m} du cours d'eau. A un moment donné, la température des eaux souterraines atteint son maximum, qui dure souvent plusieurs semaines. La valeur de ce maximum est la même au voisinage du cours d'eau qu'à 40^{m} des berges, attestant ainsi un refroidissement à peu près nul du sol à ce moment. Et cependant toujours, pour les motifs invoqués plus haut, la température des eaux souterraines est inférieure à celle de la rivière.

Quand le sol est parcouru par des eaux chaudes, il s'échauffe et refroidit ces dernières. Il est utile de fixer les caractéristiques de ce refroidissement. Considérons une galerie dans laquelle, en pompant, on attire l'eau de la rivière. Entre cette galerie, située à 50^{m}, et le cours d'eau, on enfonce tous les 10^{m} et à différentes profondeurs des puits instantanés destinés à prélever des températures quotidiennes pendant tout le temps que le sol va s'échauffer. En prenant les moyennes des températures des eaux relevées de 10 en 10^{m} dans leur parcours du fleuve vers la galerie, nous avons, comme l'indiquent les résultats ci-dessous, trouvé la loi simple suivante :

Températures des eaux souterraines
dans les puits instantanés situés à différentes distances de la Loire.

Dates.	Distances des puits intantanés (en mètres).						Température moyenne du sol.	Moyenne des températures extrêmes.
	10.	20.	30.	40.	50.	60.		
	°	°	°	°	°	°	°	°
3 août 1926...	14,4	13,4	12,9	11,8	—	—	13,1	13,1
4 » ...	16,2	14,9	14,1	—	—	—	15,6	15,1
5 » ...	17,2	16,4	15,3	—	—	—	16,3	16,2
6 » ...	16,4	15,7	14,2	13,4	—	—	14,9	14,9
7 » ...	16,7	16,1	14,4	13,4	—	—	15,1	15
10 » ...	17,7	17,6	16,8	16,6	—	—	17,1	17,1
11 » ...	17,3	16,9	16,4	17	—	—	16,9	17,1
17 » ...	17,4	16,2	15,8	15,4	15	—	16	16,2
24 » ...	20,4	19,4	19,1	18	17,4	—	18,9	18,9
3 septembre....	21,4	21	20,6	20,4	20	—	20,6	20,7
11 novembre....	12	12,9	12,1	13,5	14	—	12,9	13
20 janvier 1927..	9	8	10,1	11	13,5	13,5	11	11,1

La température moyenne du sol entre la rivière et la galerie est toujours égale à la moyenne arithmétique des températures extrêmes.

Les eaux du cours d'eau, dans nos expériences, mettaient de 36 à 48 heures pour atteindre la galerie.

Pendant ce court espace de temps, la perte de température par conductibilité était faible et tout à fait négligeable. L'est-elle encore quand les eaux séjournent plusieurs semaines dans le sol ? Si l'on arrête le pompage au moment où les eaux atteignent 20°, et qu'on suive la perte de température, on constate que les eaux souterraines, à peu près stagnantes dans le sol, perdent environ 2° en 3 semaines.

Cette perte par conductibilité est donc très faible et nous estimons qu'en pratique elle est tout à fait négligeable quand on a affaire à des eaux circulant à un débit de 10 à 20$^{m^3}$ par jour et par mètre de galerie.

Notre loi du réchauffement du sol peut donc s'appliquer très simplement au calcul du refroidissement des eaux d'un cours d'eau parcourant, à travers les alluvions, une distance *l* donnée.

Il suffit :

de connaître la moyenne journalière de la température des eaux du cours d'eau pendant les mois de mai, juin, juillet et août, car le refroidissement des eaux est surtout intéressant pendant ces mois chauds. Ces températures peuvent, d'après nos essais, être fixées dans nos climats à : 14° en mai, 18° en juin, 20° en juillet et août;

et d'écrire que la chaleur gagnée par le sol est égale à la chaleur perdue par les eaux infiltrées; on obtient ainsi une relation simple que nous avons pu utilement employer.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Antagonisme entre les chlorures employés à forte dose et les sulfates au cours du développement du blé et de l'avoine en grande culture*. Note de MM. **E. Blanchard** et **J. Chaussin**, présentée par M. A. Desgrez.

Le présent travail a été entrepris pour étudier l'action des engrais potassiques d'Alsace, sylvinite et KCl, à fortes doses, sur le blé et l'avoine en examinant les modifications apportées dans la composition du milieu intérieur : partie soluble de la plante obtenue suivant la technique que L. Lapicque a employée dans son étude des échanges entre la cellule et son milieu; notre recherche, qui se rattache étroitement à cette question, a été faite sous sa direction. Les résultats seront exposés dans un Mémoire d'ensemble; nous ne retiendrons ici qu'une action antagoniste constatée

entre l'anion Cl et l'anion SO^4 plastique dont la présence est nécessaire à la synthèse de la matière protéique.

Les ensemencements ont été faits dans deux grandes fermes modèles de Seine-et-Oise : à la Martinière chez M. Laureau pour le blé et à Orgelu chez M. Camille Benoît pour l'avoine.

La terre a reçu en son temps les engrais habituels et en mars, sur trois parcelles, il a été fait en surcharge : sur l'une une application de 1000^kg^ de sylvinite riche par Ha, sur l'autre de 1000^kg^ de KCl, la troisième servant de témoin.

Des échantillons ont été prélevés fin mai et le 9 juillet pour le blé et seulement fin mai pour l'avoine.

Les sulfates ont été dosés dans la partie soluble par le procédé Joulie employé par G. André, les chlorures par pesée du AgCl sur la matière sèche après calcination ménagée.

Voici les résultats de ces dosages rapportés au *kilogramme de matière sèche* de la plante totale, les sulfates et les chlorures évalués en équivalents électrolytiques, ou ce qui revient au même en grammes d'hydrogène remplaçable des acides correspondants.

Expérience sur le blé.

	Témoin.	Avec 1000kg sylvinite.	Avec 1000kg KCl.
Prélèvement de mai :			
Sulfates (de la partie soluble)......	0,0478	traces	traces
Chlorures......................	0,065	0,500	0,528
Prélèvement de juillet :			
Sulfates (de la partie soluble).....	0,0374	traces	traces
Chlorures......................	0,0069	0,131	0,087
Rendements.....................	1600kg	2500kg	2950kg

Expérience sur l'avoine.

	Témoin.	Avec 1000kg chaux.	900kg KCl 1000kg Ca.	900kg KCl.
Sulfates (de la partie soluble).	0,123	0,121	traces	traces
Rendements................	2125kg	3500kg	3600kg	3150kg

Dans ces deux expériences on voit que l'addition, au printemps, de très fortes doses d'engrais chlorurés, en faisant pénétrer dans la plante des quantités importantes de chlorures, a fait disparaître presque totalement les sulfates et éléments élaborés, contenant du soufre, solubles de la plante, sans cependant empêcher une augmentation importante du rendement. Les sul-

fates, absorbés par la plante avant l'application des doses massives de chlorures, et leur apport régulier à l'état de traces grâce à l'humidité de ces terres que l'on a été obligé de drainer, ont suffi aux besoins d'une abondante récolte, mais on pressent les dangers en cas de sécheresse.

Berthaut et Crochetelle ont constaté autrefois que dans les terrains salés d'Algérie, on peut obtenir de très beaux froments, mais que la récolte est exposée à un dépérissement rapide quand les chaleurs surprennent la plante en pleine végétation, et Pichard a signalé, dans le cas particulier du tabac, un antagonisme entre les chlorures et les nitrates.

Rappelons que l'un de nous a déjà signalé chez les animaux ([1]) un jeu compensateur entre les chlorures et les sulfates, dans l'élimination urinaire.

Conclusion. — Ces résultats nous inclinent à recommander de veiller à ne pas déséquilibrer les formules d'engrais par des quantités trop fortes de chlorures.

AGRONOMIE. — *De l'influence de la cyanamide calcique sur la réaction du sol.* Note de M. **J. Pien**, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

La cyanamide calcique est à la fois un engrais azoté riche et un amendement calcaire très riche.

Son influence sur la réaction du sol pourrait donc, semble-t-il, se prévoir en tenant compte de l'action alcalinisante de la chaux qu'elle contient et de l'action acidifiante due à la nitrification de son azote.

Or il y a lieu de noter que la cyanamide industrielle contient de nombreuses impuretés, dont les unes sont acides, les autres alcalines ; que l'azote de la cyanamide peut se présenter sous des formes nombreuses, ne se comportant pas de la même façon au point de vue de la nitrification.

Il n'est pas possible de prévoir exactement le résultat global de cette somme d'influences. L'expérimentation directe s'impose donc.

De plus, il sera intéressant de suivre la marche du phénomène en fonction du temps.

Voici comment nous avons opéré : Un poids connu de terre fine et sèche est mélangé à de la cyanamide granulée, de fabrication récente, pulvérisée au moment de l'emploi (azote total : 21,24 pour 100 ; azote de la cyana-

---

([1]) J. Chaussin, *Jeu compensateur entre les sulfates et les chlorures dans l'élimination urinaire* (*C. R. Soc. Biologie*, 82, 1919, p. 407).

mide : 18,72 pour 100, soit 88,1 pour 100 de l'azote total) à la dose de 300^{kg} à l'hectare. Le mélange est maintenu humide (18 pour 100 d'eau) pendant toute la durée des essais.

On a effectué ces essais sur huit terres d'acidité et de constitution physico-chimique différentes (surtout au point de vue teneur en colloïdes).

Le pH des mélanges fut déterminé périodiquement par la méthode électrométrique.

Nous avons obtenu les résultats suivants :

Nos des terres	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Teneur en colloïdes	tr. riche	pauvre	riche	pauvre	pauvre	pauvre	riche	tr. riche
pH initial des terres	5,31	5,81	6,19	6,52	6,61	7,01	7,78	8,30
pH du mélange terre + cyanam. :								
après 1 jour	5,48	6,38	6,57	7,11	7,09	7,58	8,10	8,40
» 3 jours	5,71	6,55	6,90	7,29	7,24	7,88	8,36	8,62
» 5 »	5,80	6,62	7,00	7,37	7,27	8,02	8,38	8,66
» 7 »	5,85	6,65	7,05	7,41	7,24	8,10	8,35	8,63
» 11 »	5,84	6,57	7,08	7,39	7,20	8,15	8,32	8,58
» 15 »	5,83	6,47	7,04	7,33	7,09	8,08	8,28	8,55
» 19 »	5,82	6,38	7,00	7,27	7,06	8,03	8,27	8,54
» 23 »	5,82	6,31	6,96	7,23	7,03	7,97	8,26	8,53
» 27 »	5,82	6,29	6,95	7,17	7,01	2,96	8,25	8,52

INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS. — 1. *Pour toutes les terres :* La cyanamide, à la dose employée, a provoqué d'abord une alcalinisation pouvant aller jusqu'à l'unité de pH, suivant les terres (et même dépasser cette valeur). Ce maximum a été atteint en 5 à 10 jours.

Puis, les terres ont tendu à redevenir peu à peu acides. Cette réacidification n'a pas dépassé 0,3 pH en un mois, temps au bout duquel on semble avoir atteint un équilibre.

Ce retour progressif vers l'acidité est dû vraisemblablement à la nitrification de l'azote de la cyanamide.

2. L'examen du tableau (et surtout celui des courbes qu'il permet de tracer) montre que *les terres riches en colloïdes* (surtout en humus) [1] ont résisté beaucoup plus aux variations de réaction que les terres pauvres en colloïdes. Cette résistance se manifeste évidemment par la valeur absolue

[1] Dans l'appréciation de la nature physico-chimique des terres, nous avons tenu compte de ce que, au point de vue de l'action tampon, la valeur de l'indice moyen de saturation de l'humus est notablement plus élevée que celle de l'argile (voir CH. BRIOUX et J. PIEN, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1297).

des écarts de pH et surtout par la variation du rapport $\frac{dpH}{dT}$ (qui caractérise la position de la tangente à la courbe, en chaque point). En particulier, la valeur de cette dérivée à l'origine des temps fixe la pente de la courbe au départ et, du même coup, peut servir à caractériser également le pouvoir tampon des sols étudiés.

Conclusion. — La cyanamide calcique a provoqué pendant 5 à 10 jours une alcalinisation progressive des sols. Celle-ci a subi ensuite une lente et légère régression. Le résultat final a été néanmoins une variation nette du pH vers l'alcalinité.

L'amplitude et la rapidité de ces changements de réaction, ont été plus grandes pour les terres riches en colloïdes (surtout humus) que pour les terres pauvres.

AGRONOMIE. — *Châtaigniers, fougères et genêts calcicoles.* Note de M. **Th. Biéler-Chatelan**, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

On imprime encore couramment que le châtaignier commun (*Castanea sativa* Mill.) et la fougère commune [*Eupteris aquilina* (L.) Newman], sont des espèces essentiellement calcifuges, voire silicicoles, caractéristiques des terrains sans calcaire ; mais il n'est plus possible de soutenir une opinion aussi exclusive en présence des cas assez nombreux où ces plantes occupent des terrains plus ou moins riches en carbonate de chaux.

Châtaignier. — Dès 1901, A. Engler (Zurich) avait montré (*Berichte der schweiz. bot. Gesellschaft*, 11, 1901), que cet arbre peut prospérer sur des sols d'origine pétrographique très diverse, contenant jusqu'à 20 pour 100 et plus de $CaCO^3$. En 1911, nous avons vérifié ce fait dans quelques localités de Suisse, de France et d'Italie, constatant même qu'un apport direct de *chaux* au pied de certains châtaigniers ne nuisait pas à ces arbres (*Bull. Soc. vaudoise sciences naturelles*, 47, CLXXIV, 1911, p. 44). Dès lors on a fait plusieurs autres observations analogues : en 1924, le Dr Fernand Chodat (Genève) a décrit une station de châtaigniers apparemment calcicoles située entre Tronc et Meillerie (Haute-Savoie). (*La concentration en ions hydrogène du sol et son importance pour la constitution des formations végétales*, Thèse de doctorat, Genève, 1924, p. 73). La même année, le professeur C. Sibilia (Rome) a signalé une station sur calcaire éocène au-dessus d'Anagni (*Nuovo Giornale bot. ital.*, 31, 1, 1924, p. 66). En 1925, le professeur Manaresi (Bologne) a décrit des châtaigniers occupant un ter-

rain miocène calcaire (25 à 50 pour 100 de $Ca\ CO^3$) de la province de Bologne. Il les considère comme des variétés calcicoles produites par une longue sélection naturelle et aptes à vivre sur des terrains jusqu'ici réputés contraires au châtaignier (*L'Italia agricola*, 62, XII, 1925, p. 588).

Voici, d'autre part, les stations de châtaigniers nettement calcicoles que nous avons trouvées en Italie depuis une quinzaine d'années (sans parler de nombreuses stations douteuses, où le sol est décalcifié, mais où le sous-sol est vraisemblablement calcaire) : 1° Apennin de Modène : marnes et grès marneux ; 2° San Polo dei Cavalieri (prov. de Rome) : calcaire liasique ; 3° près Vivaro (Rome) : molasse miocène à ciment calcaire ; 4° Cappadocia (Aquila) : grès marneux miocène ; 5° Rendinara (Aquila) : grès et poudingues miocènes à ciment calcaire. Dans toutes ces stations, le sol est nettement calcaire à la surface, mais nous n'y avons trouvé aucune cavité ou tranchée permettant d'observer les racines et leurs rapports avec le terrain. Finalement nous avons eu cette bonne fortune récemment à : 6° Segni (Rome), où de nombreux châtaigniers croissent sur un calcaire crétacique blanc presque pur : au pied de l'un d'eux, assez bel arbre, la roche a été en partie excavée ; on peut ainsi voir que quelques racines ont désagrégé ce calcaire dur et compact et l'ont transformé en une pâte crayeuse molle ressemblant à du fromage blanc. Cet arbre, ainsi que ses voisins, produit de beaux marrons.

Ces faits mettent hors de doute que le châtaignier peut *prospérer* sur des terrains calcaires à réaction nettement alcaline. Est-ce un phénomène d'adaptation au sens de M. Manaresi, avec création de variétés calcicoles? Il vaut la peine d'étudier cette question, d'intérêt autant pratique que théorique, surtout maintenant que l'on s'efforce d'acclimater en Europe le châtaignier japonais (*Castanea crenata* Sieb. et Zucc.) comme porte-greffe résistant à la maladie de l'encre : s'il s'adapte aux terrains calcaires, on pourra peut-être étendre son aire de culture.

Fougère. — Elle est généralement considérée comme éminemment calcifuge ; mais selon F. Chodat (*loc. cit.*, p. 43), elle supporte des terrains même très alcalins. Quand ce botaniste communiqua le fait à la Conférence internationale de pédologie de Rome en 1924, nous pûmes le lui confirmer de vive voix, ayant alors déjà trouvé des fougères calciales sur le mortier de vieux murs romains à la « Tenuta reale di caccia » de Castel Porziano près Rome. Dès lors nous en avons encore trouvé : 1° sur le sable calcaire jaune pliocène de Monte Mario (Rome), à réaction nettement alcaline ; 2° dans un éboulis calcaire au-dessus d'Arsoli (Rome). A noter que

M. Manaresi mentionnait, à côté de ses châtaigniers calcicoles, la présence d'espèces réputées calcifuges, notamment de fougères. Cette observation vient donc confirmer les précédentes.

Genêts. — Le genêt à balais (*Sarothamnus scoparius*) est généralement considéré comme calcifuge et cette opinion n'a pas pu être contredite jusqu'ici : la plus faible acidité du sol constatée par F. Chodat (*loc. cit.*, p. 70) dans les stations de cette plante correspondait à $pH = 6 - 6,2$.

Par contre le genêt d'Espagne (*Spartium junceum*), que l'on considère aussi comme calcifuge, nous l'avons trouvé sur des terrains franchement calcaires : 1° Sable jaune pliocène de Monte Mario; 2° Travertin quaternaire des Parioli (Rome); 3° Éboulis et moraines calcaires de l'Apennin. M. Manaresi le mentionne aussi comme espèce réputée calcifuge accompagnant ses châtaigniers calcicoles.

Conclusion. — Malgré leur préférence pour les terrains peu ou pas calcaires, voire siliceux, le châtaignier, la fougère et le genêt d'Espagne peuvent aussi se trouver là où le carbonate de chaux confère au sol une réaction alcaline.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la saccharification des dextrines.* Note de MM. P. Petit et Richard.

La saccharification de l'empois d'amidon par l'amylase du malt fournit, par précipitation du liquide avec l'alcool fort, une dextrine qui, après lavages à l'alcool, peut être essorée et séchée; on peut obtenir ainsi des dextrines répondant à diverses températures de formation, par exemple 50° et 70°. Ces corps retiennent toujours des corps réducteurs, même après un épuisement très prolongé à l'alcool absolu bouillant et nous avons eu des pouvoirs réducteurs de 10 pour 100 pour la dextrine de 50° et 15,4 pour 100 pour celle de 70°, exprimés en maltose.

Les proportions de sucre réducteur formées de ces dextrines par une nouvelle action de l'amylase ont conduit à des chiffres très variés, par suite de la création secondaire de glucose signalée par M. Maquenne. Nous avons opéré avec une infusion de malt n'exerçant aucune action hydrolysante sur le maltose et une solution témoin de ce sucre a toujours été étudiée en même temps que les dextrines.

En prolongeant la réaction pendant 1 heure, et corrigeant du pouvoir réducteur initial, nous avons trouvé en maltose créé pour 100 de la dextrine sèche :

Températures......	20°.	30°.	40°.	50°.	55°.	60°.	65°.	70°.
D-50°..........	4,8	6,8	9,5	11,9	13,1	13,0	11,4	8,5
D-70°..........	39,7	42,0	44,9	47,0	47,3	43,9	35,6	10,8

On peut représenter assez bien les résultats pour la dextrine à 50° par une équation de la forme $\lambda = (a - bt)c^t$, mais cela est impossible pour la dextrine formée à 70° et il faudrait, pour cette dernière, ajouter à une expression logarithmique une équation linéaire, s'annulant aux températures dépassant l'optimum, soit 52° environ.

Au contraire, on arrive à une représentation convenable des proportions pour cent de sucre-maltose créé pour les deux dextrines, à l'aide des formules suivantes :

$$\text{D-50°.....} \quad y = 36{,}35 + 0{,}257\,t - \frac{4{,}49}{10^5}\,1{,}2166^t$$

$$\text{D-50°.....} \quad y = -0{,}87 + 0{,}257\,t - \frac{5{,}50}{10^5}\,1{,}1872^t$$

La deuxième action de l'amylase s'exprime alors en fonction de la température par deux termes inverses, une réaction linéaire, qui peut être regardée comme seule appréciable aux températures inférieures à l'optimum, puis une réaction logarithmique dont l'importance augmente très rapidement avec la température, au-dessus de l'optimum. Il en résulte qu'aux températures inférieures à celui-ci, la différence entre les proportions de sucre-maltose créé est constante.

D'autre part, en déterminant le glucose total et la polarisation après réaction, on constate que les dextrines restantes donnent d'une manière constante la même proportion de glucose, soit 103 pour 100 en chiffres ronds, et que le pouvoir rotatoire moléculaire de cette dextrine restante est pratiquement constant à 165° pour la dextrine formée à 50° et 150° pour celle formée à 70°.

Ce résultat répond à l'hypothèse que l'action de l'amylase sur les dextrines de saccharification est du maltose.

On voit, en tout cas, que la nouvelle action de l'amylase ne transforme en sucre réducteur, exprimé en maltose, que 47 pour 100 au plus de la dextrine formée à 70° et que la transformation maxima atteint 13 pour 100 pour la dextrine produite à 50°. La saccharification complémentaire est donc très éloignée de provoquer un changement total en maltose, comme il avait été indiqué, sans tenir compte de la transformation secondaire du maltose en glucose.

PARASITOLOGIE. — *Sur le parasitisme protélien du* Nectonema. Note de M. **Charles Pérez**, présentée par M. Félix Mesnil.

Verrill a le premier fait connaître, en 1879, sous le nom de *Nectonema agile*, un animal pélagique singulier, allié aux Nématodes, qui avait été pêché, dans le plancton de surface, au voisinage des côtes orientales des États-Unis. Un des traits les plus remarquables de ce long ver cylindrique est que sa surface extérieure porte, suivant deux génératrices opposées, de fines villosités capillaires, constituant comme deux brosses longitudinales, longues et étroites, de soies natatoires, qui ne sont bien entendu que des excroissances directes de la chitine cubiculaire. Depuis cette époque, le *Nectonema* a été trouvé à quelques reprises dans des mers diverses, notamment en Europe dans les parages de Naples, mais toujours sous sa forme pélagique adulte, et l'on ne sait rien encore de son cycle évolutif.

Depuis quelques années, mon attention a été attirée à Roscoff sur un petit Pagure, fréquent sur les fonds de dragage de la baie de Morlaix, l'*Anapagurus Hyndmanni* (Thompson). Assez souvent, en effet, ce Crustacé héberge dans son abdomen, au milieu de ses viscères, un ou parfois deux exemplaires d'une *Fecampia*, que rien n'autorise, semble-t-il, à considérer comme différente de la *F. erythrocephala* d'A. Giard.

En outre, par deux fois, je l'avais rencontré contenant dans son abdomen un parasite ayant l'aspect d'un Nématode ou mieux encore d'un Gordien : fil grêle d'un blanc opaque, long de 6 à 8^{cm}, transparaissant à l'extérieur à travers la cutitule de l'hôte, et mêlant dans le cœlome ses circonvolutions à celles des tubes hépatiques, qui sont aussi dans ce Pagure particulièrement longs, grêles et peu nombreux. Au cours de l'été dernier, je me suis attaché à rechercher systématiquement ce parasite, et sur 308 *Anapagurus* examinés en tout, j'ai pu en récolter une douzaine d'individus. Il s'attaque indifféremment aux deux sexes du Pagure, et l'on peut le rencontrer en particulier chez les femelles en train d'incuber des embryons en nombres normaux ; mais, par comparaison avec des femelles indemnes, celles-ci ont manifestement des ovaires atrophiés, dépourvus de gros oocytes chargés de vitellus. Si donc le parasite n'a pas empêché une ponte antérieure, sa présence actuelle entrave la préparation de la ponte qui eût dû normalement succéder à celle-là.

Un de ces parasites sortit spontanément de son hôte pendant la nuit qui

suivit sa capture, et, bien qu'endommagé par le Pagure au moment où je pus l'examiner, il se présenta comme étant au début d'une mue : sous l'ancienne cutitule soulevée, je pus voir apparaître sur la cuticule nouvelle la double brosse de soies capillaires. Indépendamment d'autres caractères anatomiques, ce fait suffit à établir qu'il s'agit certainement du *Nectonema*. Celui-ci doit donc être relativement commun dans la Manche, où il sera à rechercher dans le plancton.

A une époque où l'on ne connaissait pas encore le *Nectonema*, Fritz Müller avait incidemment signalé, dans ses études sur les Épicarides ([1]), qu'il existe à Desterro (île de Santa Catharina, côte atlantique du Brésil), un petit Pagure très commun, dont plus de la moitié des individus hébergent un Nématoïde, reployé dans l'abdomen, et de taille énorme par rapport à celle de son hôte. Je suis persuadé qu'il doit s'agir là aussi du *Nectonema*.

Le rapprochement de ces faits permet d'inférer que le développement du *Nectonema* comporte un parasitisme protélien analogue à celui des Gordiens, et que pendant toute la croissance qui s'accomplit à l'état de parasite interne, les Pagures jouent un rôle homologue de celui que les Insectes jouent comme hôtes vis-à-vis des Gordiens. On sait toutefois que les Gordiens ne présentent pas nécessairement, au point de vue de la spécificité de leurs hôtes, des exigences rigoureuses. Il en est sans doute de même du *Nectonema;* et, si les Pagures sont vraisemblablement ses hôtes d'élection, d'autres Crustacés peuvent éventuellement les suppléer dans ce rôle. Une fois, en effet, j'ai trouvé un *Nectonema* pelotonné au milieu des viscères, dans le céphalothorax d'un *Portunus pusillus* Leach, porteur en même temps d'un *Portunion*. Cette observation confirme la vraisemblance de la supposition faite par Ward (1892), que le Nématoïde rencontré par lui comme parasite dans un *Palæmonetes* pouvait être la forme immature du *Nectonema*.

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Contribution à l'étude des tumeurs expérimentales*. Note de MM. **F. d'Hérelle** et **E. Peyre**, présentée par M. A. Desgrez.

L'étude que nous présentons a trait à des expériences concernant les rapports entre les parasites décrits dans les tumeurs et le bactériophage.

([1]) *Jen. Zeitschr.*, 6, 1871, p. 57.

Tumeurs des plantes. — Erwin Smith a montré que l'on isole de ces tumeurs (Crown Gall), d'une manière constante et en culture pure, le *Bacterium tumefaciens*. Les descriptions qu'il donne des cultures d'isolement montrent qu'il s'agit là de *cultures mixtes*, c'est-à-dire symbiotiques : *B. tumefaciens*-bactériophage (¹). Comme Erwin Smith l'a décrit, nous avons d'ailleurs vérifié expérimentalement que les ensemencements faits à partir des tumeurs donnent des colonies de morphologie diverse :

1° Des colonies hâtives, grandes, non visqueuses, qui sont *ultra-pures*, et dont les sous-cultures, inoculées (à la betterave dans tous nos essais), ne provoquent pas l'apparition de tumeurs;

2° Des colonies tardives, plus petites que les premières, visqueuses, *contaminées* par des bactériophages dont l'inoculation de sous-cultures provoque l'apparition de tumeurs.

Au fur et à mesure des passages *in vivo*, la symbiose tend à devenir de plus en plus équilibrée; le nombre de ces dernières colonies augmente, les premières *ultra-pures* finissant par disparaître.

On sait d'autre part que l'infection de bactéries par le bactériophage provoque l'apparition de formes filtrantes infravisibles de la bactérie, de *formes protobactériennes*, ce que nous avons encore vérifié dans le cas des tumeurs expérimentales de la betterave.

Une vingtaine d'expériences, réalisées au cours des années 1924 et 1925, nous ont toutes donné des résultats identiques. Un fragment de tumeur de la grosseur d'une noix est broyé au mortier avec du sable, on ajoute 20^{cm^3} de bouillon (pH = 7, 6) et l'on filtre sur terre d'infusoires, puis sur bougie Chamberland L 3, vérifiée. Vingt betteraves sont inoculées au collet avec $0^{cm^3},1$ d'un tel filtrat aussitôt après filtration; quatorze présentent une tumeur dans les 70 jours suivants. Les ensemencements effectués avec six de ces tumeurs prises au hasard, nous ont donné des cultures typiques de *B. tumefaciens*.

D'autre part, en partant des filtrats, nous avons pu, *in vitro*, obtenir le retour de la forme protobactérienne filtrante à la forme bactérienne normale.

(¹) Donnant au terme *symbiose* le sens défini par Noël Bernard : parasitisme de l'un des deux constituants, équilibré par la résistance de l'autre.

En ce qui concerne les caractères des *cultures mixtes*, des formes protobactériennes (filtrantes) des Bactéries : voir d'Hérelle, *Le Bactériophage et son comportement;* Masson et Cie, 1926.

Il semblerait donc résulter de ces expériences que, dans les tumeurs des plantes, il existe une symbiose *B. tumefaciens*-bactériophage, d'où dérivent ces formes protobactériennes, infravisibles et filtrantes, de *B. tumefaciens*.

On sait que l'examen microscopique de ces tumeurs ne révèle la présence d'aucune forme visible de *B. tumefaciens*. Nos observations suggèrent l'hypothèse que le véritable parasite ne serait pas la forme bactérienne normale du *B. tumefaciens*, mais la forme protobactérienne filtrante de cette bactérie.

Sarcome de la Poule. — Nous avons exécuté les expériences suivantes en utilisant deux sortes de virus qui nous ont obligeamment été fournis, l'un par Peyton Rous, l'autre par Pentimali. Les résultats obtenus ont été identiques dans les deux séries d'expériences.

Nous avons observé (à 13 reprises différentes sur 13 essais), que, même dans le cas où la tumeur a été provoquée par l'injection d'un filtrat (mélangé à de la terre d'infusoires stérile), les tissus néoformés ne sont pas stériles. Par ensemencement sur gélose-ascite, parfois même sur gélose ordinaire, nous avons toujours obtenu des colonies *symbiotiques* staphylocoque-bactériophage.

D'autre part, dans 4 essais sur 6, il nous a été possible d'obtenir des colonies symbiotiques en partant du filtrat.

Sans qu'il nous soit possible de nous étendre ici sur la technique de ces cultures et sur les caractères des colonies symbiotiques, nous rappellerons que la culture en est souvent difficile, que les colonies sont atypiques, macroscopiquement et microscopiquement, et qne les caractères biochimiques et biologiques des cultures sont variables.

Les expériences réalisées suggèrent l'hypothèse que le virus filtrant, agent du sarcome transmissible de la poule, pourrait être la forme protobactérienne, filtrante, d'un staphylocoque.

Tumeurs au goudron de la souris et du lapin. — Nous avons examiné une centaine de ces tumeurs au cours des six dernières années : elles ne sont jamais aseptiques, même avant tout processus ulcératif. Dans tous les cas nous avons obtenu, entre autres éléments microbiens, des colonies symbiotiques staphylocoque-bactériophage.

Seize de ces tumeurs ont été broyées avec du sable stérilisé, émulsionnées avec du bouillon (pH 7,6); le liquide obtenu a été filtré sur terre d'infusoires puis sur bougie Chamberland L3. Quatorze de ces filtrats ont donné, soit directement par cultures secondaires, soit par ensemencement, des colonies symbiotiques staphylocoque-bactériophage.

Ces constatations montrent qu'il existe, dans les tumeurs provoquées par des applications de goudron, une symbiose bactérie-bactériophage, avec présence de formes protobactériennes filtrantes de la bactérie, soit un staphylocoque dans nos expériences. Ces faits confirmeraient l'hypothèse que ce ne sont pas les applications de goudron (ou toute autre pratique appropriée, externe ou interne), qui sont la cause directe de la tumeur mais que ces procédés expérimentaux doivent favoriser la symbiose bactérie-bactériophage; *ces deux êtres étant ubiquitaires*, c'est-à-dire certainement présents chez tout être soumis à une pratique reconnue empiriquement capable de provoquer la formation de tumeurs.

HYGIÈNE. — *Stérilisation des eaux potables par électrolyse.* Note de MM. **Daniel Chevrier** et **Max Salles**, présentée par M. d'Arsonval.

Les procédés de stérilisation généralement utilisés consistent à soumettre l'eau à l'action chimique de corps oxydants tels que les permanganates, les hypochlorites, l'ozone ou à la traiter par l'action physique de la chaleur ou des rayons ultraviolets.

La méthode de stérilisation que nous proposons consiste à électrolyser l'eau sous une densité anodique suffisante.

La résistivité des eaux potables étant assez grande, la densité anodique nécessaire est obtenue en faisant agir aux bornes des électrodes une différence de potentiel élevée. Pratiquement 110-120 volts donnent d'excellents résultats.

Sans entrer dans l'étude détaillée des réactions connues dont les électrodes sont le siège, nous rappellerons seulement que le passage du courant dans les conditions décrites donne naissance à du chlore provenant des chlorures alcalino-terreux, à des hypochlorites provenant de l'électrolyse des chlorures alcalins contenus dans l'eau d'une part, d'autre part à de l'ozone provenant de la condensation de l'oxygène sur l'anode.

L'anode est constituée par un fil de platine; la section de ce fil la plus petite possible, correspondant à la plus faible surface anodique, est telle qu'il laisse passer le courant d'électrolyse sans échauffement appréciable.

La cathode a une surface beaucoup plus grande; elle est constituée par un cylindre métallique, en bronze, acier chromé, argent, par exemple, dans l'axe duquel est situé l'anode.

La distance qui sépare les deux électrodes est juste suffisante pour

permettre l'écoulement de l'eau et le dégagement des gaz. L'ensemble de la cathode et de l'anode constitue la chambre de stérilisation. Cette stérilisation est assurée par un bloc oxydant formé principalement de chlore, d'hypochlorite et d'ozone, sans préjudice de l'éventuelle formation d'autres agents stérilisateurs résultant d'actions complexes dues à la haute intensité du champ électrique.

L'ozone doué d'un pouvoir bactéricide considérable est peu soluble dans l'eau au-dessus de 15°. Son action stérilisante est puissante mais fugace.

Le chlore libéré par le courant exerce au contraire sur l'eau une action antiseptique prolongée grâce à sa très grande solubilité. Comme celui de l'ozone, son pouvoir antiseptique s'exerce tout d'abord sur l'eau soumise à l'influence du champ électrique, produisant ainsi une action bactéricide immédiate (état naissant). Cette action se continue en dehors du champ électrique. C'est une action de contact, une action immédiate et qui se maintient au cours du transport de l'eau dans les canalisations et jusqu'aux réservoirs, tout au moins dans la limite où les réactions de réduction s'exerçant sur lui permettent son existence à l'état libre.

Sans faire entrer l'ozone dans le jeu de réactions constituant la stérilisation, et considérant seulement une action minima, celle du chlore oxydant, le simple examen de l'analyse chimique d'une eau potable telle que la définit le bureau consultatif d'hygiène, c'est-à-dire ne renfermant pas plus de 1^{mg} de matières organiques exprimées en oxygène, d'une part, et renfermant 15^{mg} de chlorures susceptibles de libérer pratiquement sous l'action du courant 2^{mg} d'oxygène d'autre part, permettra de se rendre compte que ce procédé de stérilisation, dans tous les cas où il s'agit d'eau potable, non seulement détruira toute la matière organique de ces eaux, bactéries comprises, mais encore, cette destruction obtenue, dotera l'eau devenue stérile d'un léger pouvoir bactéricide dû à l'action de contact de l'oxydant en excès parfaitement capable de la préserver pendant un certain temps d'une pollution accidentelle provenant de la canalisation ou du réservoir.

MÉDECINE. — *La différenciation des sérums pathologiques au moyen de leurs figures de déshydratation.* Note de MM. **Roger Douris** et **Charles Mondain**, présentée par M. d'Arsonval.

L'un de nous, en collaboration avec M. Giquel ([1]), a montré que dans certains sérums pathologiques (syphilitiques, tuberculeux, cancéreux) l'équilibre qui existe entre les matières albuminoïdes et les substances salines est aisément rompu par l'addition d'eau distillée. L'appréciation photométrique des floculations produites permet d'établir la différenciation de ces sérums. Le déséquilibre est surtout très accentué chez les sérums cancéreux.

Préoccupés de ce fait qu'une seule détermination d'une propriété physique est insuffisante pour permettre de caractériser un sérum, nous avons envisagé une étude dans laquelle interviendraient la tension superficielle, la densité du sérum, sa viscosité, sa résistance à la déshydratation. Nous avons pu ainsi obtenir des documents que l'on peut conserver pour des comparaisons ultérieures. Ces expériences sont analogues à celles qui ont été faites par d'autres auteurs Leduc, Liesagang, Bechhold ([2]), I. Butschi ([3]), H. Fischer ([3]) pour établir les formes particulières qui s'observent dans la cristallisation de substances dans les gels ou bien dans la congélation ou la dessiccation de ces derniers.

Notre technique consiste essentiellement à mettre une série de gouttes de sérum parfaitement clair et dépourvu d'hémoglobine sur une lame de verre dans des conditions bien déterminées, à dessécher à la température de 40° et à examiner ensuite la structure produite soit au microscope ou mieux encore par projection, et à photographier les lignes de force qui résultent de la dessiccation.

Pour tirer des déductions, il importe d'opérer dans des conditions expérimentales toujours identiques. La tension superficielle jouant un rôle important, il est indispensable d'employer des lames de même verre d'une propreté parfaite. De nombreux détails seront indiqués dans un autre recueil sur l'instrumentation nécessaire pour permettre de répéter nos expériences. Nous nous contentons de donner ici quelques résultats.

([1]) R. Douris et G. Giquel, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 628.

([2]) D'après W. Kopaczewski, *Théorie et pratique des colloïdes*, p. 20, 22; Vigot frères, éditeurs, Paris, 1923.

([3]) D'après Ostwald, *Manipulation de Chimie colloïdale*, p. 125, trad. S. Vellinger; Gauthier-Villars et Cie, éditeurs, Paris, 1924.

La déshydratation entraîne des contractions de la gelée sérique. La rupture s'effectue suivant des lignes de force variables suivant le sérum examiné.

Un sérum normal est caractérisé par une structure régulière en aster. Les lignes de force dirigées de la périphérie au centre, régulièrement espacées, légèrement incurvées au voisinage de la périphérie de la goutte, déterminent des fuseaux étroits et réguliers.

Un sérum syphilitique présente une structure moins régulière. La disposition centrique est nettement perceptible, l'élargissement considérable



Sérum normal.



Sérum cancéreux.

des fuseaux est surtout la caractéristique. Une dessiccation plus prolongée entraîne l'éclatement de certains fuseaux, dont l'absence détermine des zones noires sur les photographies. Sous l'action du traitement aboutissant à une réaction de Bordet-Wassermann négative, on voit réapparaître la structure normale régulière.

Dans les sérums tuberculeux on perçoit encore quelques lignes de force déterminant trois ou quatre fuseaux considérablement élargis.

Dans les sérums cancéreux, l'irrégularité des figures est la règle. Les fuseaux, lorsqu'ils sont perceptibles, ne sont qu'ébauchés. Les lignes de force ont en effet tendance à prendre une direction surtout concentrique. Il en résulte une déformation des fuseaux avec sectionnements nombreux aboutissant à des figures irrégulières polygonales à côtés curvilignes.

Conclusions. — Les figures de déshydratation des sérums normaux sont régulières et montrent toujours une assez grande symétrie dans les lignes de force mises en évidence par la dessiccation.

Cette symétrie, que l'on constate encore sous les sérums syphilitiques, disparaît pour ainsi dire totalement chez les sérums cancéreux.

Les figures obtenues avec des sérums de syphilitiques, de tuberculeux, de lépreux, constituent, de plus, tous les termes de passage entre la structure du sérum normal et celle du sérum cancéreux.

Les nombreuses figures obtenues avec les sérums d'individus atteints d'affections cancéreuses diverses mettent en évidence un déséquilibre sérique qu'il convient de rapprocher de l'anarchie cellulaire constatée par les histologiques dans toutes les tumeurs néoplasiques.

La karyokinèse étant, sans aucun doute, sensible aux influences physico-chimiques, l'anarchie cellulaire est, à notre avis, précédée par une anomalie sérique, d'où la possibilité de diagnostiquer, dans une certaine mesure, les états précancéreux.

La séance est levée à 16h 10m.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE JUIN 1927.

Les régions polaires, par J. ROUCH. Paris, Alcan, 1927; 1 vol. 19^{cm}. (Présenté par M. Jean Charcot.)

Traité de géographie physique, par EMMANUEL DE MARTONNE, 4e édition. Tome I : *Notions générales, climat, hydrographie*, 1925; Tome II : *Le relief du sol*, 1926; Tome III : *Biogéographie*, avec la collaboration de AUG. CHEVALIER et L. CUÉNOT, 1927; Paris, Armand Colin, 3 vol. 25^{cm},5.

La vie de la cellule végétale, par RAOUL COMBES. Paris, Armand Colin, 1927; 1 vol. 17^{cm}.

Questions relatives aux mathématiques élémentaires réunies et coordonnées, par FEDERIGO ENRIQUES. Fasc. I : *L'évolution des idées géométriques dans la pensée grecque. Point, ligne, surface*. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1927; 1 fasc. 24^{cm}.

Leçons choisies de mécanique. Les principes de la mécanique des ressorts. Le choc des corps solides, théorie, expérimentation, utilisation, par A. BOULENGER. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1927; 2 fasc. 23^{cm}.

L'anomalie magnétique de Koursk. Atlas des cartes des éléments magnétiques mesurés sous la direction générale de P. LASAREFF. Moscou, 1927; 1 atlas 72^{cm}.

Travaux de la première conférence géodésique (19-22 avril 1926), par MM. J. SCHOKALSKY et A. MIKHAILOV, in *Bulletin du Comité géodésique auprès la Commission d'État du plan général de l'U. R. S. S.* Moscou, 1927; 1 vol. 22^{cm}. (Présenté par M. Charles Lallemand.)

Les problèmes biologiques. VII. *Aspects actuels de la physiologie du myocarde* (1re série). *L'onde d'excitation motrice, son origine, sa propagation, ses manifestations électriques*, par HENRI FREDERICQ. Paris, Presses universitaires de France, 1927; 1 vol. 24^{cm},5. (Présenté par M. Henneguy.)

Exposé élémentaire du calcul vectoriel et de quelques applications, par HENRI MALET. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1927; 1 vol. 24^{cm}. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Das Grödener-, Fassa- und Enneberggebiet in den Südtiroler Dolomiten. I et II : *Stratigraphie-Tektonik*. III : *Paläontologie*, par Mme MARIA M. OGILVIE GORDON. Wien, 1927; 2 vol. 36^{cm}.

Le problème monétaire, stabilisation et revalorisation en France, par CHARLES LALLEMAND, COIGNET, PIÉTRI, DE LAS CASES, CASSIN. — *Le redressement financier de la France*, par ERNEST MERCIER. Observations de CHARLES LALLEMAND, F. FOCH, FRANÇOIS MARSAL. Paris, Comité national d'études sociales et politiques, 1926, 1927; 2 fasc. 25^{cm},5.

Les plantes alimentaires chez tous les peuples et à travers les âges, par D. Bois. Paris, Paul Lechevalier, 1927; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. Lecomte.)

Faune des colonies françaises publiée sous la direction de A. Gruvel. Tome I, fasc. I : *Le port d'Agadir et la région du Sous considérés au point de vue de la pêche industrielle*, par A. Gruvel; fasc. II : *Thermosbæna mirabilis Monod, remarques sur sa morphologie et sa position systématique*, par Th. Monod. Paris, Société d'Éditions géographiques, maritimes et coloniales; 1927; 2 fasc. 25cm. (Présentés par M. L. Mangin.)

Carte géologique du massif du mont Blanc (*partie française*), par Paul Corbin et Nicolas Oulianoff. *Feuille Servoz-Les Houches*. Paris, Henry Barrère, 1927; 1 fasc. 21cm,5 et une carte 76cm × 55cm.